

Formulaire de trigonométrie hyperbolique :

Relations entre cosh, sinh et tanh

$$(\cosh(x))^2 - (\sinh(x))^2 = 1 \quad 1 - (\tanh(x))^2 = \frac{1}{(\cosh(x))^2}$$

Formules d'addition

$$\cosh(a - b) = \cosh(a) \cosh(b) - \sinh(a) \sinh(b) \quad \cosh(a + b) = \cosh(a) \cosh(b) + \sinh(a) \sinh(b)$$

$$\sinh(a - b) = \sinh(a) \cosh(b) - \cosh(a) \sinh(b) \quad \sinh(a + b) = \sinh(a) \cosh(b) + \cosh(a) \sinh(b)$$

$$\tanh(a - b) = \frac{\tanh(a) - \tanh(b)}{1 - \tanh(a) \tanh(b)} \quad \tanh(a + b) = \frac{\tanh(a) + \tanh(b)}{1 + \tanh(a) \tanh(b)}$$

Formules de duplication

$$\cosh(2a) = (\cosh(a))^2 + (\sinh(a))^2 = 2(\cosh(a))^2 - 1 = 2(\sinh(a))^2 + 1$$

$$\sinh(2a) = 2 \sinh(a) \cosh(a) \quad \tanh(2a) = \frac{2 \tanh(a)}{1 + (\tanh(a))^2}$$

Formules de linéarisation pour $n = 2$

$$(\cosh(a))^2 = \frac{1 + \cosh(2a)}{2} \quad (\sinh(a))^2 = \frac{\cosh(2a) - 1}{2} \quad (\tanh(a))^2 = \frac{\cosh(2a) - 1}{\cosh(2a) + 1}$$

Formules de transformation de produits en sommes

$$\cosh(a) \cosh(b) = \frac{1}{2} [\cosh(a - b) + \cosh(a + b)]$$

$$\sinh(a) \sinh(b) = \frac{1}{2} [\cosh(a + b) - \cosh(a - b)]$$

$$\cosh(a) \sinh(b) = \frac{1}{2} [\sinh(a + b) - \sinh(a - b)]$$

Formules de transformation de sommes en produits

$$\cosh(p) + \cosh(q) = 2 \cosh\left(\frac{p+q}{2}\right) \cosh\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

$$\cosh(p) - \cosh(q) = 2 \sinh\left(\frac{p+q}{2}\right) \sinh\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

$$\sinh(p) + \sinh(q) = 2 \sinh\left(\frac{p+q}{2}\right) \cosh\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

$$\sinh(p) - \sinh(q) = 2 \sinh\left(\frac{p-q}{2}\right) \cosh\left(\frac{p+q}{2}\right)$$

Expression de cosh, sinh et tanh en fonction de tanh de $a/2$

$$\text{Si } t = \tanh\left(\frac{a}{2}\right) \text{ alors } \cosh(a) = \frac{1+t^2}{1-t^2} ; \sinh(a) = \frac{2t}{1-t^2} ; \tanh(a) = \frac{2t}{1+t^2}$$

Formules logarithmiques des fonctions hyperboliques réciproques

$$\operatorname{argcosh}(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1}) \quad \operatorname{argsinh}(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) \quad \operatorname{argtanh}(x) = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$$