

U

UNICITÉ

Lorsque l'on parle de l'unicité de la solution à un problème, il importe d'avoir à l'esprit que l'on signifie par là qu'il n'existe *pas plus d'une* solution... mais pas qu'il en existe au moins une ! Contrairement à ce que suggère le vocable (« unicité » est lié à « un »), on peut très bien montrer l'unicité d'un objet, sans que celui existe aucunement. Un travail complet requiert donc généralement de montrer l'existence et l'unicité.

Point d'unicité locale ⇨ LOCAL.

UNIFORME

Continuité uniforme ⇨ CONTINUITÉ.

Convergence uniforme ⇨ CONVERGENCE.

Domination uniforme ⇨ THÉORÈME DE *CONVERGENCE DOMINÉE.

UNIMODULAIRE

Complexe unimodulaire Nombre complexe z tel que $|z| = 1$. Un complexe z est unimodulaire si, et seulement si, il existe un réel θ tel que $z = e^{i\theta}$.

Groupe unimodulaire Groupe multiplicatif $(\mathbb{U}, \cdot)$ des nombres complexes unimodulaires. ♦ L'application $E : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{U}$ définie par $E(t) = e^{it}$ est un morphisme de groupes, surjectif mais non injectif, de noyau $2\pi\mathbb{Z}$.

Groupe unimodulaire d'un espace vectoriel Soit E un espace vectoriel de dimension finie. Le sous-groupe de $\mathcal{G}(E)$ formé des automorphismes de déterminant 1 est appelé groupe unimodulaire de E , ou encore *groupe spécial linéaire*, et noté $SL(E)$. Le groupe des matrices carrées de déterminant 1 est noté $SL_n(\mathbb{K})$.

REMARQUE : Le groupe unimodulaire est engendré par les transvections.

⇨ SPÉCIAL.

UNITAIRE

Vecteur unitaire Vecteur de norme 1 dans un espace vectoriel normé.

Endomorphisme unitaire Automorphisme d'un espace vectoriel hermitien vérifiant $u \circ u^* = u^* \circ u = \text{Id}$. ♦ C'est la généralisation au cas complexe d'un automorphisme orthogonal.

Matrice unitaire Matrice complexe vérifiant $U^*U = UU^* = I_n$.

⇨ TRANSCONJUGUÉE, SPECTRAL.

Groupe unitaire Groupe U_n des matrices unitaires, ou groupe $U(E)$ des automorphismes unitaires de E .

UNITÉ

Unités d'un anneau Synonyme d'*éléments inversibles* de l'anneau. ♦ L'ensemble des unités d'un anneau A forme un groupe multiplicatif, noté A^* ou $A^\times$, appelé groupe des inversibles de A .

Exemple : Dans l'anneau $\mathbb{K}[X]$, les unités sont les polynômes constants non nuls.

⇨ GROUPE DES INVERSIBLES.

Approximations de l'unité ⇨ SUITE DE DIRAC.

Boule unité (ouverte ou fermée) Boule (ouverte ou fermée) de centre 0 et de rayon 1.

Cercle unité Ensemble $\mathbb{U}$ des complexes de module 1.

Élément unité d'un anneau Élément neutre pour la multiplication. À ne pas confondre avec les *unités d'un anneau.

Exemples : Dans l'anneau $(\mathcal{M}_n(\mathbb{K}), +, \cdot)$, l'élément unité est la matrice I_n . ♦ Dans l'anneau $\mathbb{K}[X]$, l'élément unité est le polynôme 1.

Matrice unité Synonyme de matrice identité.

Racines de l'unité ⇨ RACINE.

UNIVERS

⇨ ESPACE *PROBABILISABLE.