

Quizz trigonométrie et fonctions trigonométriques :



Soit un triangle rectangle dont l'hypoténuse AC est de longueur 1 et dont le côté $AB = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Que vaut l'angle $\widehat{BAC}$?

☐

$\frac{5\pi}{6}$

☐

$\frac{\pi}{3}$

☐

$\frac{\pi}{4}$

☐

$\frac{\pi}{2}$

☐

$-\frac{\pi}{4}$

Soit un triangle rectangle dont l'hypoténuse AC est de longueur 1 et dont le côté $AB = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Que vaut l'angle $\widehat{BAC}$?

☐

$\frac{5\pi}{6}$

☐

$\frac{\pi}{3}$

☒

$\frac{\pi}{4}$

☐

$\frac{\pi}{2}$

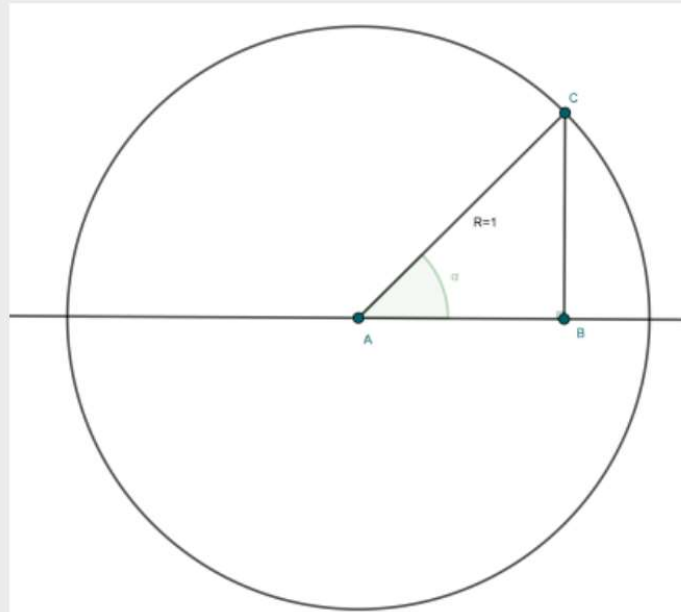
☐

$-\frac{\pi}{4}$



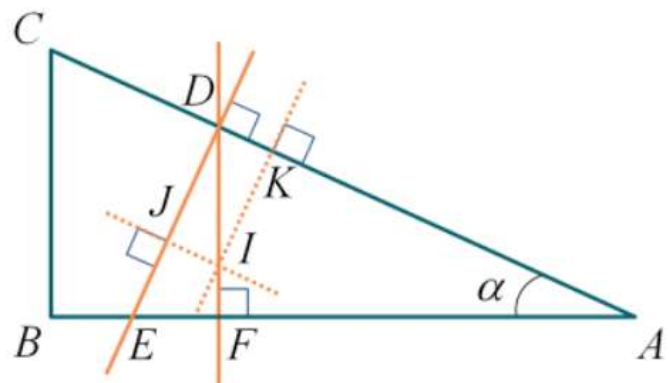
Explication Générale

On reconnaît ici un triangle rectangle inscrit dans le cercle unité, la longueur du côté AB correspond au cosinus de l'angle α .



Dans la figure ci-dessous la distance DI vaut a .

Parmi les égalités suivantes, lesquelles sont correctes ?



$$DJ = a \times \cos(\alpha)$$



$$\tan(\alpha) = \frac{DK}{DJ}$$



$$DK = a / \sin(\alpha)$$



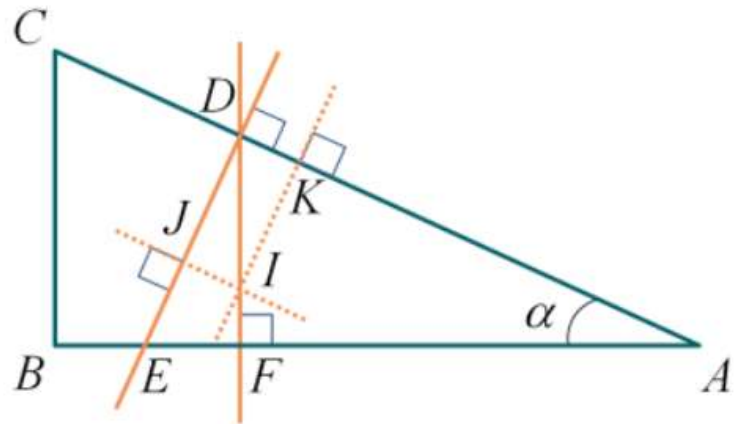
$$DK = a \times \sin(\alpha)$$



$$DJ = a \times \sin(\alpha)$$

Dans la figure ci-dessous la distance DI vaut a .

Parmi les égalités suivantes, lesquelles sont correctes ?



☒ $DJ = a \times \cos(\alpha)$

☒ $\tan(\alpha) = \frac{DK}{DJ}$

☐ $DK = a / \sin(\alpha)$

Rappel : $\sin(\alpha) = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}$

☒ $DK = a \times \sin(\alpha)$

☐ $DJ = a \times \sin(\alpha)$

Rappel : $\sin(\alpha) = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}$



Explication Générale

Sachant que la somme des angles d'un rectangle vaut 180° (ce sont des angles supplémentaires) et en appliquant cette propriété dans le triangle rectangle AFD on en déduit que l'angle $\widehat{ADF} = 90 - \alpha^\circ$.

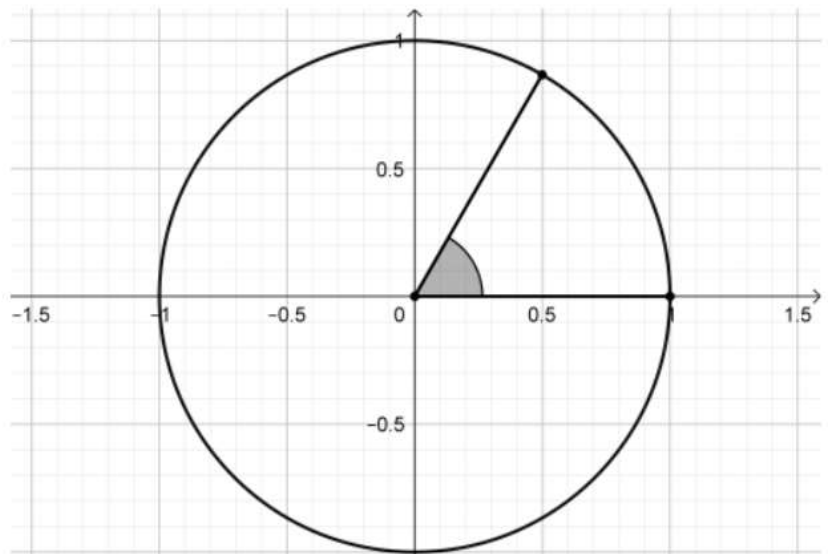
Or le triangle ADE est également rectangle en D donc on en déduit que $\widehat{IDJ} = \widehat{BAC} = \alpha$.

On utilise ensuite les relations de trigonométrie suivantes : $\cos(\alpha) = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}$, $\sin(\alpha) = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}$ et

$\tan(\alpha) = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}$.



Quelle est la valeur en radian et en degré de l'angle dessiné sur la figure ?



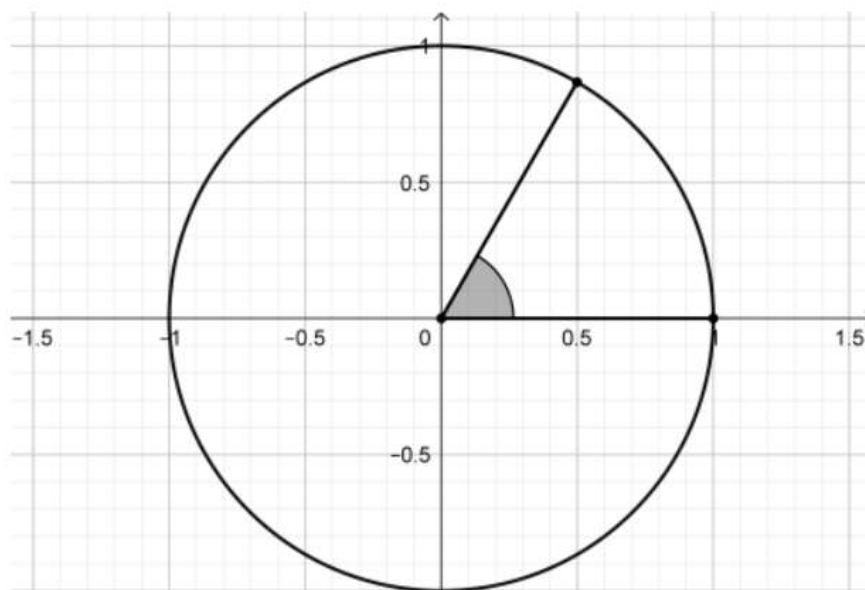
☐ 30° ou $\frac{\pi}{6}$

☐ 30° ou $\frac{\pi}{3}$

☐ 60° ou $\frac{\pi}{6}$

☐ 60° ou $\frac{\pi}{3}$

Quelle est la valeur en radian et en degré de l'angle dessiné sur la figure ?



☐ 30° ou $\frac{\pi}{6}$

☐ 30° ou $\frac{\pi}{3}$

☐ 60° ou $\frac{\pi}{6}$

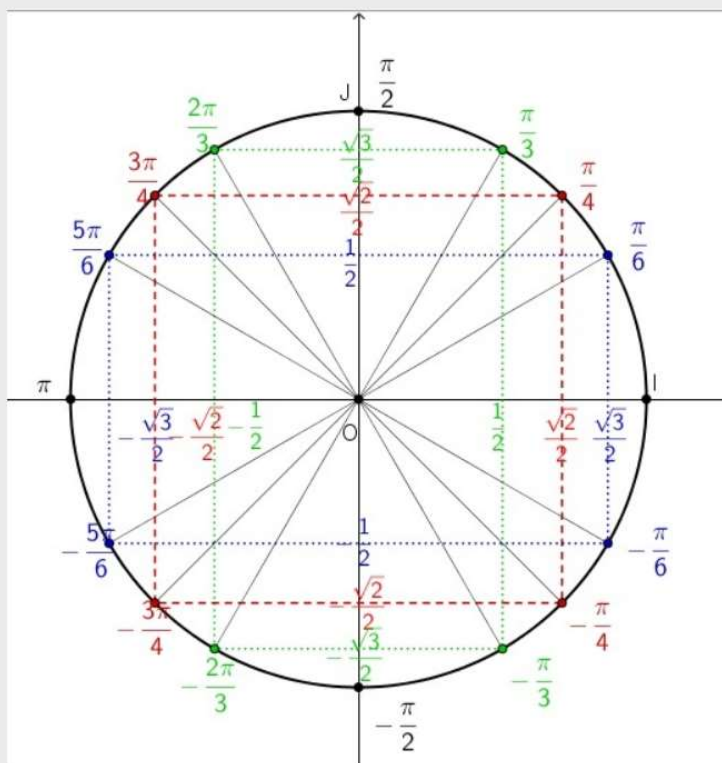
☒ 60° ou $\frac{\pi}{3}$



Explication Générale

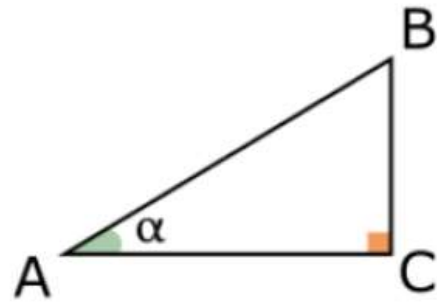
Réviser en vidéo l'utilisation du cercle trigonométrique :

<https://www.youtube.com/watch?v=ECNX9hnhG9U>





Quelle est l'expression de AC en fonction de α et d'un autre côté du triangle ?



$$AC = AB \cos \alpha$$



$$AC = \frac{AB}{\cos \alpha}$$



$$AC = AB \sin \alpha$$

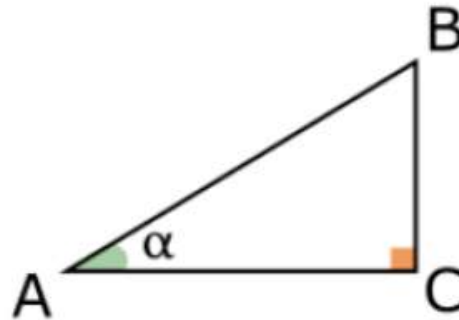


$$AC = BC \tan \alpha$$



$$AC = \frac{BC}{\tan \alpha}$$

Quelle est l'expression de AC en fonction de α et d'un autre côté du triangle ?



✓ $AC = AB \cos \alpha$

■ $AC = \frac{AB}{\cos \alpha}$

■ $AC = AB \sin \alpha$

■ $AC = BC \tan \alpha$

✓ $AC = \frac{BC}{\tan \alpha}$



Explication Générale

Raisonnement : On cherche l'expression d'un côté d'un triangle en fonction de l'angle α et d'un autre côté du triangle. Le côté adjacent à α est AC et le côté opposé est BC et l'hypoténuse du triangle rectangle en C est AB.

- On va donc utiliser les définitions suivantes :

- Du cosinus : $\cos \alpha = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypoténuse}}$

- De la tangente : $\tan \alpha = \frac{\text{opposé}}{\text{adjacent}}$

- On applique les formules :

- $\cos(\alpha) = \frac{AC}{AB}$

- $\tan(\alpha) = \frac{BC}{AC}$

- On isole AC :

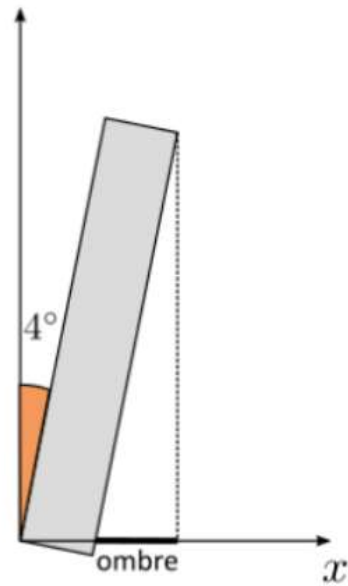
- Soit $AC = AB \cos \alpha$

- Soit $AC = \frac{BC}{\tan \alpha}$



On modélise la tour de Pise par un rectangle de longueur 56 m qui penche avec un angle de 4° .

Quelle est la longueur de son ombre au sol lorsque le soleil est à la verticale ?



environ 4m



environ 55,8 m



56,1 m



803 m



environ 4m



environ 55,8 m

Attention à ne pas confondre la fonction sinus avec la fonction cosinus.



56,1 m

Attention à ne pas prendre le cosinus et ne pas confondre la longueur du côté adjacent et celle de l'hypoténuse.



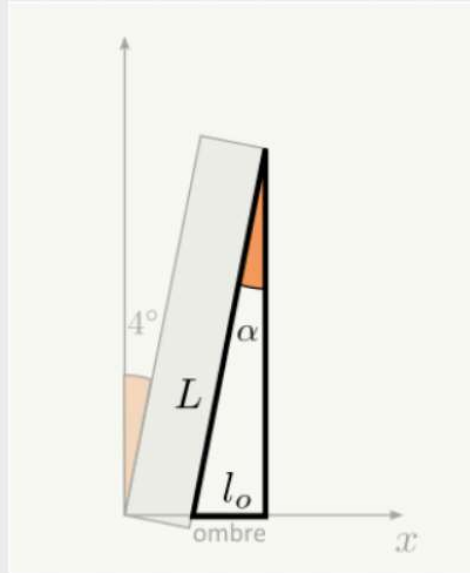
803 m

Attention à ne pas confondre la longueur du côté adjacent et celle de l'hypoténuse.



Explication Générale

Raisonnement : Appelons l_o la longueur de l'ombre. Cette grandeur inconnue correspond au petit côté d'un triangle rectangle dont on connaît la longueur d'un côté et d'un angle. On peut donc utiliser la **relation de trigonométrie** pour le sinus : $\sin(\alpha) = \frac{l_o}{L}$.



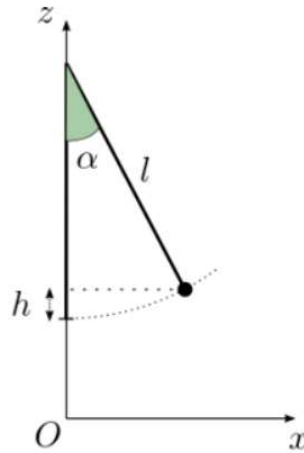
Calcul littéral : On multiplie l'expression par L pour se ramener à une équation sans fraction : $L \cdot \sin(\alpha) = l_o$.

Application numérique : $l_o = \sin(4^\circ) \times 56 \text{ m} = 4 \text{ m}$.



Un pendule est composé d'une masselotte suspendue à un fil de longueur l (voir figure ci-dessous).

Quelle est l'expression littérale de la hauteur à laquelle la masselotte s'élève lorsque le pendule s'écarte d'un angle α de la verticale ?



$$h = l \cdot \cos(\alpha)$$



$$h = l \cdot \sin(\alpha)$$



$$h = l \cdot (1 - \cos(\alpha))$$



$$h = l \cdot (1 - \sin(\alpha))$$



$$h = l \cdot \cos(\alpha)$$

La longueur recherchée n'est pas la longueur d'un des côtés du triangle rectangle dont l'hypoténuse est de longueur l .



$$h = l \cdot \sin(\alpha)$$

La longueur recherchée n'est pas la longueur d'un des côtés du triangle rectangle dont l'hypoténuse est de longueur l .



$$h = l \cdot (1 - \cos(\alpha))$$



$$h = l \cdot (1 - \sin(\alpha))$$

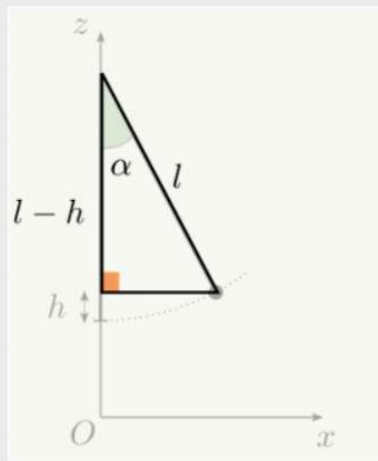
Pour mener le calcul on a besoin de calculer la longueur du côté adjacent à l'angle α .



Explication Générale

À savoir : $\cos(\alpha) = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}$, $\sin(\alpha) = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}$ et $\tan(\alpha) = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}$.

Raisonnement : On opère dans le triangle formé par le pendule par rapport à la barre verticale. L'hypoténuse vaut alors l et le côté adjacent vaut $l - h$.



Calcul littéral : On cherche à isoler h dans $\cos(\alpha) = \frac{l-h}{l}$.

On se ramène à une équation sans fraction en multipliant à gauche et à droite par l et on obtient $l \cdot \cos(\alpha) = l - h$.

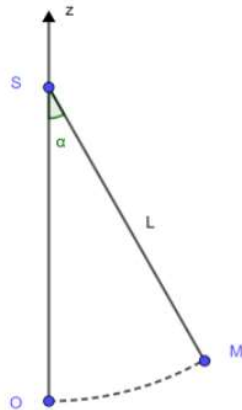
Pour isoler h à gauche du signe égal, on ajoute $h - l \cdot \cos(\alpha)$ de chaque côté : $h = l - l \cdot \cos \alpha$.

On termine en factorisant l : $h = l \cdot (1 - \cos(\alpha))$.



Un pendule de longueur L est accroché en S .

Quelle est la coordonnée de M sur l'axe (Oz) avec l'origine choisie en O quand le pendule est éloigné d'un angle α de son axe?



☐ $L - \cos(\alpha)$

☐ $L(1 - \cos(\alpha))$

☐ $L\cos(\alpha)$

☒ $L - \cos(\alpha)$

Erreur lors de l'utilisation des formules de trigonométrie.

☒ $L(1 - \cos(\alpha))$

☐ $L\cos(\alpha)$

Attention les règles de trigonométrie ne s'appliquent que dans un triangle rectangle. Il faut donc découper la figure en un triangle et une portion de disque.



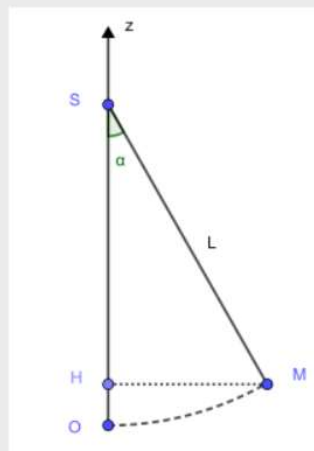
Explication Générale

Raisonnement :

- Soit H le projeté orthogonal de M sur l'axe vertical (Oz). On peut déterminer la distance HS dans le triangle SHM.
- On remarque que $OH = OS - HS$.
- L'axe (Oz) est orienté vers le haut avec son origine prise en O. L'altitude du point M z_M est alors positive et égale à +OH.

Calculs :

- $\cos(\alpha) = \frac{HS}{MS} = \frac{HS}{L}$ dans le triangle rectangle SHM.
- $OS = L$ et $HS = L \cos(\alpha)$
- On identifie: $z_M = OH = L - L \cos(\alpha) = L[1 - \cos(\alpha)]$

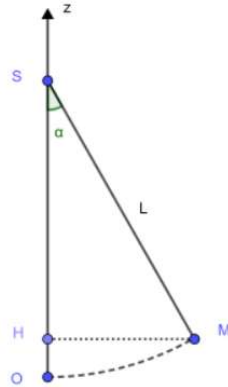




Un pendule de longueur L est accroché en S.

On choisit un repère (Sxz) avec S l'origine du repère, l'axe des x orienté vers la droite de la figure et l'axe des z orienté vers le haut.

Quelle est la coordonnée de M sur l'axe (Sz) quand le pendule est éloigné d'un angle α de son axe?



☐ $L - L\cos(\alpha)$

☐ $-L\cos(\alpha)$

☐ $-L\sin(\alpha)$

☐ $L\cos(\alpha)$

☒ $L - L\cos(\alpha)$

O n'est pas l'origine du repère

☒ $-L\cos(\alpha)$

☒ $-L\sin(\alpha)$

La distance à prendre en compte sur l'axe Oz est le côté adjacent du triangle SMH et non le côté opposé

☒ $L\cos(\alpha)$

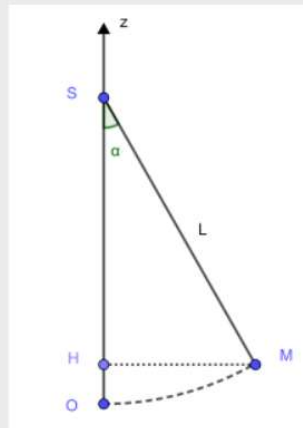
La coordonnée de M dans le repère (Sxz) doit être négative



Explication Générale

Raisonnement : L'axe (Oz) est orienté vers le haut et son origine est en S.

L'altitude du point M z_M est alors négative et égale à l'opposé de la distance SH



Calcul littéral :

- Déterminons SH :
 - Dans le triangle rectangle SHM on a $\cos(\alpha) = \frac{SH}{SM} = \frac{SH}{L}$
 - On a donc : $SH = SM \cos \alpha$
 - Or $SM = L$, on a donc $SH = L \cos \alpha$
- Déterminons $z_M = -SH$:
 - $z_M = -L \cos(\alpha)$