

Quizz : Nombres complexes



En électricité, on peut caractériser le comportement d'un dipôle passif linéaire en régime sinusoïdal avec un nombre complexe appelé impédance complexe et noté Z . L'impédance d'un dipôle composé d'un conducteur ohmique de résistance R et d'une bobine d'inductance L en série est $Z = R + jL\omega$, où la pulsation du système est noté ω et est définie positive.

En électricité j est le nombre complexe imaginaire pur noté i en mathématiques, on a donc $j^2 = -1$

Que vaut la partie réelle de Z ?

☐

$L\omega$

☐

$jL\omega$

☐

R



$L\omega$

C'est la partie imaginaire



$jL\omega$

la partie réelle d'un nombre complexe est un nombre réel



R



Explication Générale

Raisonnement : Soit z un nombre complexe, z s'écrit $a + jb$, a et b sont deux nombres réels. La partie imaginaire de z est $\text{Im}(z) = b$. La partie réelle de z est $\text{Re}(z) = a$.

Calcul : $Z = R + jL\omega = \text{Re}(Z) + j \times \text{Im}(Z)$. On identifie : $\text{Re}(Z) = R$



En électricité, on peut caractériser le comportement d'un dipôle passif linéaire en régime sinusoïdal avec un nombre complexe appelé impédance complexe et noté Z . L'impédance d'un dipôle composé d'un conducteur ohmique de résistance R et d'une bobine d'inductance L en série est $Z = R + jL\omega$, où la pulsation du système est noté ω et est définie positive.

En électricité j est le nombre complexe imaginaire pur noté i en mathématiques, on a donc $j^2 = -1$

Que vaut la partie imaginaire de Z ?

☐

$L\omega$

☐

$jL\omega$

☐

R

☐

L



$L\omega$



$jL\omega$

la partie imaginaire d'un nombre complexe est un nombre réel



R

R est la partie réelle



L

Il faut prendre le facteur littéral qui multiplie j



Explication Générale

Raisonnement : Soit z un nombre complexe, z s'écrit $a + jb$, a et b sont deux nombres réels. La partie imaginaire de z est $\text{Im}(z) = b$. La partie réelle de z est $\text{Re}(z) = a$.

Calcul : $Z = R + jL\omega = \text{Re}(Z) + j \times \text{Im}(Z)$. On identifie : $\text{Im}(Z) = L\omega$



En électricité, on peut caractériser le comportement d'un dipôle passif linéaire en régime sinusoïdal avec un nombre complexe appelé impédance complexe et noté Z . L'impédance d'une bobine d'inductance L est $Z = jL\omega$, où la pulsation du système est noté ω et est définie positive.

En électricité j est le nombre complexe imaginaire pur noté i en mathématiques, on a donc $j^2 = -1$

Que vaut la partie réelle de Z ?

☐

$L\omega$

☐

$jL\omega$

☐

0



$L\omega$

Il s'agit de la partie imaginaire



$jL\omega$

il s'agit de la partie imaginaire multipliée par j



0



Explication Générale

Raisonnement : Soit z un nombre complexe, z s'écrit $a + jb$, a et b sont deux nombres réels. La partie imaginaire de z est $\text{Im}(z) = b$. La partie réelle de z est $\text{Re}(z) = a$.

Calcul : $Z = jL\omega = 0 + j \times L\omega = \text{Re}(Z) + j \times \text{Im}(Z)$. On identifie : $\text{Re}(Z) = 0$



En électricité, on peut caractériser le comportement d'un dipôle passif linéaire en régime sinusoïdal avec un nombre complexe appelé impédance complexe et noté Z . L'impédance d'une bobine d'inductance L est $Z = jL\omega$ où la pulsation du système est noté ω et est définie positive.

En électricité j est le nombre complexe imaginaire pur noté i en mathématiques, on a donc $j^2 = -1$

Que vaut la partie imaginaire de Z ?

☐

$L\omega$

☐

$jL\omega$

☐

0

☐

L

☒ $L\omega$

☐ $jL\omega$

la partie imaginaire d'un nombre complexe est un nombre réel

☐ 0

0 est la partie réelle

☐ L

Il faut prendre le facteur littéral qui multiplie j



Explication Générale

Raisonnement : Soit z un nombre complexe, z s'écrit $a + jb$, a et b sont deux nombres réels. La partie imaginaire de z est $\text{Im}(z) = b$. La partie réelle de z est $\text{Re}(z) = a$.

Calcul : $Z = jL\omega = 0 + j \times L\omega = \text{Re}(Z) + j \times \text{Im}(Z)$. On identifie : $\text{Im}(Z) = L\omega$



En électricité, on peut caractériser le comportement d'un dipôle passif linéaire en régime sinusoïdal avec un nombre complexe appelé impédance complexe et noté Z . L'impédance d'un dipôle composé d'un conducteur ohmique de résistance R et d'une bobine d'inductance L en parallèle est $Z = \frac{jLR\omega}{R + jL\omega}$, où la pulsation du système est noté ω et est définie positive.

En électricité j est le nombre complexe imaginaire pur noté i en mathématiques, on a donc $j^2 = -1$

Que vaut la partie réelle de Z ?



$$\frac{L^2 R \omega^2}{R^2 + L^2 \omega^2}$$



$$\frac{LR^2 \omega}{R^2 + L^2 \omega^2}$$



$$-\frac{L^2 R \omega^2}{R^2 + L^2 \omega^2}$$



$$\frac{L^2 R \omega^2}{R^2 + L^2 \omega^2}$$



$$\frac{LR^2 \omega}{R^2 + L^2 \omega^2}$$

Il s'agit de la partie imaginaire



$$-\frac{L^2 R \omega^2}{R^2 + L^2 \omega^2}$$

dans le calcul $-j \times j = 1$ et non -1



Explication Générale

Raisonnement :

Soit un nombre complexe $a + jb$, a et b sont deux nombres réels. Son inverse $\frac{1}{a+jb}$ est

$$\frac{1}{a+jb} \times \frac{a-jb}{a-jb} = \frac{a-jb}{a^2+b^2}$$

Calcul :

$$Z = \frac{jLR\omega}{R+jL\omega} = \frac{jLR\omega}{R+jL\omega} \times \frac{R-jL\omega}{R-jL\omega} = jLR\omega \times \frac{R-jL\omega}{R^2+L^2\omega^2}$$

$$Z = \frac{jLR\omega R}{R^2+L^2\omega^2} - j \frac{jLR\omega L\omega}{R^2+L^2\omega^2} = \frac{jL\omega R^2}{R^2+L^2\omega^2} + \frac{R\omega^2 L^2}{R^2+L^2\omega^2}$$

$$\text{On identifie : } \text{Re}(Z) = \frac{L^2 R \omega^2}{R^2 + L^2 \omega^2}$$



Soit une onde représentée par son amplitude complexe $B = b$. Une onde déphasée de ϕ par rapport à la première est représentée par son amplitude complexe $A = ae^{j\phi}$

a et b sont 2 nombres réels. Ces 2 ondes se superposent en un point. L'amplitude résultante est la somme $A + B$.

j est le nombre complexe imaginaire pur noté i en mathématiques, on a donc $j^2 = -1$

Que vaut la partie réelle de $A+B$?

☐

$a \sin \phi$

☐

$\cos \phi$

☐

ϕ

☐

$b + a \cos \phi$

☒

$a \sin \phi$

correct

☒

$\cos \phi$

Prendre en compte a et b

☒

ϕ

ϕ est l'argument de A

☒

$b + a \cos \phi$

correct



Explication Générale

Raisonnement : Soit z un nombre complexe, z s'écrit $a + jb$, a et b sont deux nombres réels. L'écriture exponentielle de z s'écrit $re^{j\phi}$

r est le module de z , ϕ est l'argument de z et $e^{j\phi} = \cos(\phi) + j \sin(\phi)$

Calcul : $A + B = ae^{j\phi} + b = a \cos(\phi) + b + ja \sin(\phi)$

On identifie : $Re(A) = a \cos(\phi) + b$



Soit une onde représentée par son amplitude complexe $B = b$. Une onde déphasée de ϕ par rapport à la première est représentée par son amplitude complexe $A = ae^{j\phi}$

a et b sont 2 nombres réels. Ces 2 ondes se superposent en un point. L'amplitude résultante est la somme $A + B$.

j est le nombre complexe imaginaire pur noté i en mathématiques, on a donc $j^2 = -1$

Que vaut la partie imaginaire de $A+B$?

☐

$a \sin \phi$

☐

$ja \sin \phi$

☐

ϕ

☐

$b + a \cos \phi$

☒

$a \sin \phi$

☒

$ja \sin \phi$

la partie imaginaire d'un nombre complexe est un nombre réel

☒

ϕ

ϕ est l'argument de A

☒

$b + a \cos \phi$

Il s'agit de la partie réelle



Explication Générale

Raisonnement : Soit z un nombre complexe, z s'écrit $a + jb$, a et b sont deux nombres réels. L'écriture exponentielle de z s'écrit $re^{j\phi}$

r est le module de z , ϕ est l'argument de z et $e^{j\phi} = \cos(\phi) + j\sin(\phi)$

Calcul : $A + B = ae^{j\phi} + b = a\cos(\phi) + b + ja\sin(\phi)$

On identifie : $Im(A) = a\sin(\phi)$



En électricité, on peut caractériser le comportement d'un dipôle passif linéaire en régime sinusoïdal avec un nombre complexe appelé impédance complexe et noté Z . L'impédance d'un condensateur de capacité C est $Z = \frac{1}{jC\omega}$, où la pulsation du système est noté ω et est définie positive.

En électricité j est le nombre complexe imaginaire pur noté i en mathématiques, on a donc $j^2 = -1$

Que vaut la partie imaginaire de Z ?

☐

$$-\frac{1}{C\omega}$$

☐

$$-j\frac{1}{C\omega}$$

☐

$$0$$

☐

$$\frac{1}{jC\omega}$$

☐

$$\frac{1}{C\omega}$$



$$-\frac{1}{C\omega}$$



$$-j\frac{1}{C\omega}$$

la partie imaginaire d'un nombre complexe est un nombre réel



$$0$$

0 est la partie réelle



$$\frac{1}{jC\omega}$$

la partie imaginaire d'un nombre complexe est un nombre réel



$$\frac{1}{C\omega}$$

Attention $\frac{1}{j}$ est égal à $-j$



Explication Générale

Raisonnement : Soit z un nombre complexe, z s'écrit $a + jb$, a et b sont deux nombres réels. La partie imaginaire de z est $\text{Im}(z) = b$. La partie réelle de z est $\text{Re}(z) = a$.

Calcul : $Z = \frac{1}{jC\omega} = \frac{j}{j^2 C\omega} = \frac{j}{(-1)C\omega} = -\frac{j}{C\omega} = 0 + (-j)\frac{1}{C\omega} = \text{Re}(Z) + j \times \text{Im}(Z)$.

On identifie : $\text{Im}(Z) = -\frac{1}{C\omega}$



Déterminer le module du complexe $z = \sqrt{3} - i$

☐

4

☐

-4

☐

2

☐

-2



4

Oubli de la racine carrée



-4

Faute de signe



2



-2

Faute de signe



Explication Générale

Raisonnement :

- On utilise la formule du module d'un complexe $z = a + ib$ qui est $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$

Calcul :

- Le module du complexe est donné par : $|z| = \sqrt{\sqrt{3}^2 + (-1)^2} = 2$



Déterminer le module du complexe $z = -1 + i\sqrt{3}$

☐

4

☐

2

☐

-2

☐

-4

☐

4

Oublie de la racine carrée

☒

2

☐

-2

Faute de signe

☐

-4

Faute de signe



Explication Générale

Raisonnement :

- On utilise la formule du module d'un complexe $z = a + ib$ qui est $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$

Calcul :

- Le module du complexe est donné par : $|z| = \sqrt{(-1)^2 + (\sqrt{3})^2} = 2$



Quel est l'argument du complexe $z = -1 + i\sqrt{3}$?

☐

$$\frac{\pi}{4}$$

☐

$$\frac{2\pi}{3}$$

☐

$$-\frac{\pi}{3}$$

☐

$$\frac{5\pi}{6}$$

☒

$$\frac{\pi}{4}$$

Revoir le découpage du demi-cercle en portions

☒

$$\frac{2\pi}{3}$$

☐

$$-\frac{\pi}{3}$$

Attention aux valeurs remarquables et au sens trigonométrique

☐

$$\frac{5\pi}{6}$$

Attention aux valeurs remarquables



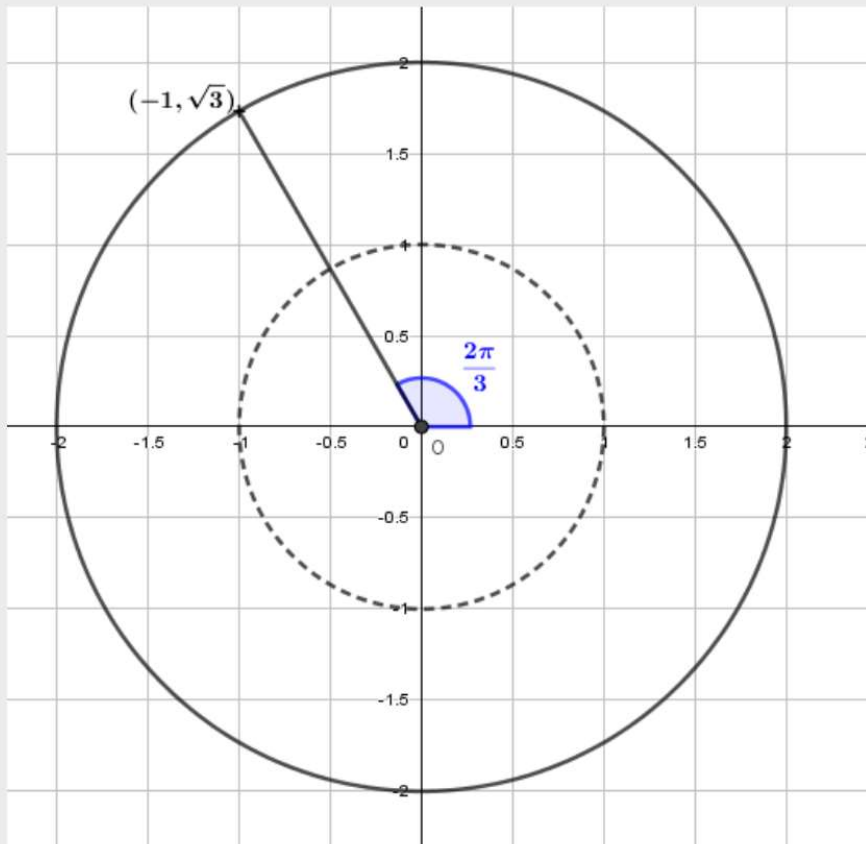
Explication Générale

Raisonnement :

- On calcule en premier lieu le module du complexe : $|z| = \sqrt{(-1)^2 + \sqrt{3}^2} = 2$
- Ensuite on écrit : $z = -1 + i\sqrt{3} = 2 \left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$
- On cherche un angle qui vérifie :
$$\begin{cases} \cos(\theta) = -\frac{1}{2} \\ \sin(\theta) = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$
- On reconnaît donc : $\theta = \arg(z) = \frac{2\pi}{3}$, modulo 2π

Raisonnement graphique :

- On place le point de coordonnées $(-1; \sqrt{3})$
- On trace le cercle de centre O et de rayon 2
- On détermine graphiquement l'angle avec l'axe des abscisses en faisant attention au sens trigonométrique (sens inverse des aiguilles d'une montre)





Quel est l'argument du complexe $z = 1 + i$?

☐

$$\frac{\pi}{4}$$

☐

$$\frac{\pi}{2}$$

☐

$$-\frac{\pi}{4}$$

☐

$$\frac{\pi}{6}$$



$$\frac{\pi}{4}$$



$$\frac{\pi}{2}$$

Attention un tour correspond 2π et un demi-tour à π



$$-\frac{\pi}{4}$$

Attention au sens trigonométrique



$$\frac{\pi}{6}$$

Revoir le découpage du demi-cercle en portions



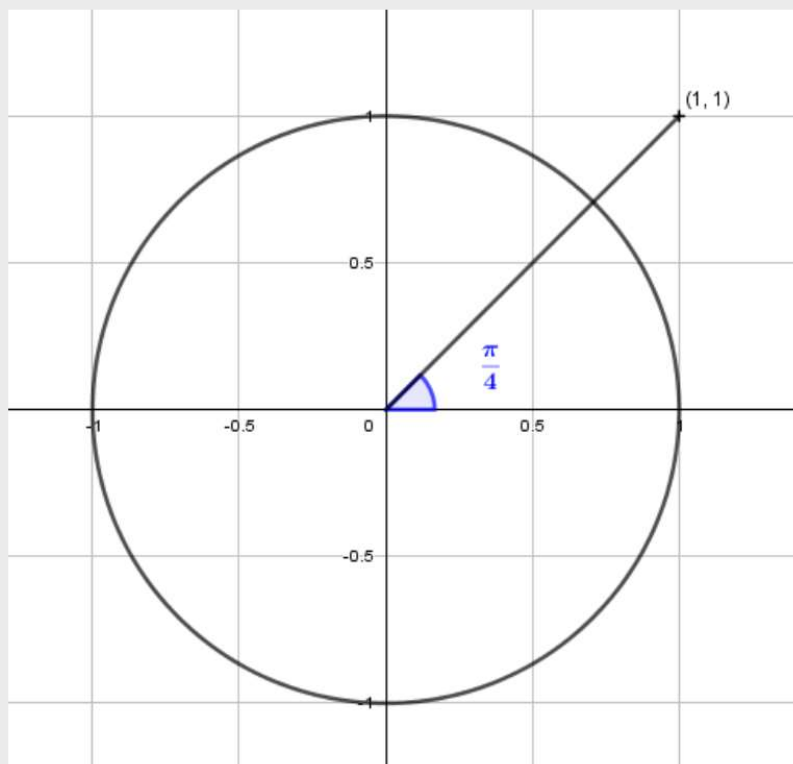
Explication Générale

Raisonnement par le calcul :

- On calcule en premier lieu le module du complexe : $|z| = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$
- Ensuite on écrit : $z = 1 + i = \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$
- On cherche un angle qui vérifie :
$$\begin{cases} \cos(\theta) = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin(\theta) = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$
- On reconnaît donc : $\theta = \arg(z) = \frac{\pi}{4}, \text{ modulo } 2\pi$

Raisonnement graphique :

- On place le point de coordonnées (1; 1)
- On trace le cercle trigonométrique
- On détermine graphiquement l'angle avec l'axe des abscisses en faisant attention au sens trigonométrique (sens inverse des aiguilles d'une montre)





Une impédance complexe s'écrit $Z = R + jL\omega + \frac{1}{jC\omega}$

Que vaut le module de Z ?



$$\phi = \arctan \frac{R}{L\omega - \frac{1}{C\omega}}$$



$$\phi = \arctan \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$$



$$\phi = \arctan \frac{jL\omega + \frac{1}{jC\omega}}{R}$$



$$\phi = \arctan \frac{R}{jL\omega + \frac{1}{jC\omega}}$$



$$\phi = \arctan \frac{R}{L\omega - \frac{1}{C\omega}}$$

Ne pas confondre partie réelle et imaginaire



$$\phi = \arctan \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$$



$$\phi = \arctan \frac{jL\omega + \frac{1}{jC\omega}}{R}$$

$L\omega - \frac{1}{C\omega}$ est la partie imaginaire de Z , pas $jL\omega + \frac{1}{jC\omega}$



$$\phi = \arctan \frac{R}{jL\omega + \frac{1}{jC\omega}}$$

Combinaison des erreurs des réponses 1 et 3



Explication Générale

Raisonnement :

L'argument ϕ d'un complexe $Z = |Z|e^{j\phi} = |Z|(\cos \phi + j \sin \phi)$ vaut : $\phi = \arctan \frac{|Z| \sin \phi}{|Z| \cos \phi}$

Calcul :

- $Z = R + jL\omega + \frac{1}{jC\omega} = R + jL\omega - \frac{j}{C\omega} = R + j(L\omega - \frac{1}{C\omega})$

- $\phi = \arctan \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$



Une impédance complexe s'écrit $Z = R + jL\omega$

Que vaut le module de Z ?

☐

$$|Z| = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2}$$

☐

$$|Z| = \sqrt{R^2 + j(L\omega)^2}$$

☐

$$|Z| = \sqrt{R^2 - (L\omega)^2}$$

☐

$$|Z| = \sqrt{R^2 + (jL\omega)^2}$$



$$|Z| = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2}$$



$$|Z| = \sqrt{R^2 + j(L\omega)^2}$$

Le module d'un complexe n'est pas un complexe.



$$|Z| = \sqrt{R^2 - (L\omega)^2}$$

Le module d'un complexe est égal à la racine carrée de la somme et pas de la différence des carrés des parties réelle et imaginaire.



$$|Z| = \sqrt{R^2 + (jL\omega)^2}$$

$jL\omega$ n'est pas la partie imaginaire de Z



Explication Générale

Raisonnement :

Le module d'un complexe est égal à la racine carrée de la somme des carrés des parties réelle et imaginaire. Pour $Z = a + jb$ on a $|Z| = \sqrt{a^2 + b^2}$

Calcul :

- $|Z| = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2}$



Soit une onde représentée par son amplitude complexe $B = b$. Une onde déphasée de ϕ par rapport à la première est représentée par son amplitude complexe $A = ae^{j\phi}$ où a et b sont 2 nombres réels.

Ces 2 ondes se superposent en un point. L'amplitude résultante est la somme $A + B$.

L'intensité I résultante est le module au carré de $A + B$

Quelle est l'expression de l'intensité résultante?

Remarque : j est le nombre complexe imaginaire pur noté i en mathématiques, on a donc $j^2 = -1$

☐

$$a^2 + b^2 + 2ab \cos \phi$$

☐

$$(b + a \cos \phi)^2 + (a \sin \phi)^2$$

☐

$$(b + a \cos \phi)^2 - (a \sin \phi)^2$$

☐

$$a^2 + b^2$$



$$a^2 + b^2 + 2ab \cos \phi$$



$$(b + a \cos \phi)^2 + (a \sin \phi)^2$$

On peut simplifier en développant



$$(b + a \cos \phi)^2 - (a \sin \phi)^2$$

Le module est la somme des carrés des parties réelle et imaginaire



$$a^2 + b^2$$

Le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés, erreur dans le développement de l'identité remarquable $(x + y)^2$



Explication Générale

Raisonnement :

Soit z un nombre complexe, z s'écrit $a + jb$, a et b sont deux nombres réels. L'écriture exponentielle de z s'écrit $re^{j\phi}$

r est le module de z , ϕ est l'argument de z et $e^{j\phi} = \cos(\phi) + j\sin(\phi)$ par définition

Calcul :

- On somme en transformant l'écriture exponentielle en écriture trigonométrique :
 $A + B = ae^{j\phi} + b = a\cos(\phi) + ja\sin(\phi) + b$
- L'intensité est le carré du module : $I = |A + B|^2$
- On remplace $A + B$ par son expression : $I = |a\cos(\phi) + b + ja\sin(\phi)|^2$
- On développe :
 $I = (a\cos(\phi) + b)^2 + (a\sin(\phi))^2 = a^2\cos^2(\phi) + b^2 + 2ab\cos(\phi) + a^2\sin^2(\phi)$
- On factorise par a^2 : $I = b^2 + 2ab\cos(\phi) + a^2(\cos^2(\phi) + \sin^2(\phi))$
- On simplifie : $I = b^2 + 2ab\cos(\phi) + a^2$ car $\cos^2(\phi) + \sin^2(\phi) = 1$



En électricité, on peut caractériser le comportement d'un dipôle passif linéaire en régime sinusoïdal avec un nombre complexe appelé impédance complexe et noté Z . L'impédance d'un dipôle composé d'un conducteur ohmique de résistance R et d'une bobine d'inductance L en série est $Z = R + jL\omega$, où la pulsation du système est noté ω et est définie positive.

En électricité j est le nombre complexe imaginaire pur noté i en mathématiques, on a donc $j^2 = -1$

Quel est le module de Z ?



$$\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}$$



$$\sqrt{R^2 - L^2\omega^2}$$



$$R + L\omega$$



$$R^2 + L^2\omega^2$$



$$\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}$$



$$\sqrt{R^2 - L^2\omega^2}$$

Erreur de signe



$$R + L\omega$$

$\sqrt{a^2 + b^2}$ n'est pas égal à $a + b$



$$R^2 + L^2\omega^2$$

Oubli de la racine carrée



Explication Générale

Raisonnement : Soit z un nombre complexe, z s'écrit $a + jb$, a et b sont deux nombres réels. Le module de z est $|z|$ est $\sqrt{a^2 + b^2}$.

Calcul :

On identifie partie réelle et partie imaginaire : $Z = R + jL\omega = \text{Re}(Z) + j \times \text{Im}(Z)$.

On applique la formule pour le module : $|Z| = \sqrt{R^2 + L^2\omega^2}$



La détermination d'une impédance équivalente pour un circuit électrique conduit à l'expression :

$$Z_{eq} = \frac{1}{jC\omega} + \frac{jLR\omega}{R+jL\omega}$$

Quelle est l'expression équivalente de Z_{eq} ?



$$Z_{eq} = \frac{R+jL\omega(1+RC\omega)}{C\omega(R+jL\omega)}$$



$$Z_{eq} = \frac{1+jLR\omega}{R+j\omega(L+C)}$$



$$Z_{eq} = \frac{R+jL\omega-RLC\omega^2}{jC\omega(R+jL\omega)}$$



$$Z_{eq} = \frac{R+jL\omega+RLC\omega^2}{jC\omega(R+jL\omega)}$$



$$Z_{eq} = \frac{R+jL\omega(1+RC\omega)}{C\omega(R+jL\omega)}$$

Attention !!! on ne peut pas simplifier par j dans $Z_{eq} = \frac{1}{jC\omega} + \frac{jLR\omega}{R+jL\omega} \neq \frac{1}{C\omega} + \frac{LR\omega}{R+jL\omega}$



$$Z_{eq} = \frac{1+jLR\omega}{R+j\omega(L+C)}$$

Attention !!! $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} \neq \frac{a+c}{b+d}$



$$Z_{eq} = \frac{R+jL\omega-RLC\omega^2}{jC\omega(R+jL\omega)}$$



$$Z_{eq} = \frac{R+jL\omega+RLC\omega^2}{jC\omega(R+jL\omega)}$$

Attention !!! $j^2 = -1 \neq 1$



Explication Générale

Raisonnement :

- On va chercher à se ramener à une expression avec un seul trait de fraction. Pour cela, on réduira au même dénominateur.

Calcul :

- On a : $Z_{eq} = \frac{1}{jC\omega} + \frac{jLR\omega}{R+jL\omega} = \frac{R+jL\omega+jLR\omega \times jC\omega}{jC\omega(R+jL\omega)}$
- Comme $j^2 = -1$, il vient: $Z_{eq} = \frac{R+jL\omega+jLR\omega \times jC\omega}{jC\omega(R+jL\omega)} = \frac{R+jL\omega-RLC\omega^2}{jC\omega(R+jL\omega)}$



La détermination d'une impédance équivalente pour un circuit électrique conduit à l'expression :

$$\frac{1}{Z_{eq}} = \frac{1}{1/jC\omega} + \frac{1}{R+1/jC\omega}$$

Quelle est l'expression de Z_{eq} ?



$$Z_{eq} = \frac{2jC\omega - R(C\omega)^2}{jRC\omega + 1}$$



$$Z_{eq} = \frac{jRC\omega + 1}{2jC\omega - R(C\omega)^2}$$



$$Z_{eq} = \frac{2jC\omega + jRC\omega}{1+R}$$



$$Z_{eq} = \frac{jC\omega(1+jRC\omega)}{1+jC\omega+jRC\omega}$$



$$Z_{eq} = \frac{2jC\omega - R(C\omega)^2}{jRC\omega + 1}$$

Ce résultat correspond à $\frac{1}{Z_{eq}}$



$$Z_{eq} = \frac{jRC\omega + 1}{2jC\omega - R(C\omega)^2}$$



$$Z_{eq} = \frac{2jC\omega + jRC\omega}{1+R}$$

Attention !!! $R + \frac{1}{jC\omega} \neq \frac{R+1}{jC\omega}$



$$Z_{eq} = \frac{jC\omega(1+jRC\omega)}{1+jC\omega+jRC\omega}$$

Attention !!! $\frac{1}{1/jC\omega} \neq \frac{1}{jC\omega}$



Explication Générale

Raisonnement :

- On va chercher à se ramener à une expression avec un seul trait de fraction. Pour cela, on réduira au même dénominateur si besoin.

Calcul :

- Si on décompose l'expression, on a d'abord : $\frac{1}{1/jC\omega} = jC\omega$
- On simplifie ensuite en multipliant la seconde partie de l'expression par $jC\omega$: $\frac{jC\omega}{jRC\omega+1}$
- On a donc $\frac{1}{Z_{eq}} = jC\omega + \frac{jC\omega}{jRC\omega+1}$
- On met tout sur le même dénominateur : $\frac{1}{Z_{eq}} = \frac{2jC\omega - R(C\omega)^2}{jRC\omega+1}$
- En sachant que $j^2 = -1$, on obtient : $Z_{eq} = \frac{jRC\omega+1}{2jC\omega - R(C\omega)^2}$



La détermination d'une fonction de transfert pour un circuit électrique conduit à l'expression :

$$\underline{H} = \frac{jRC\omega}{1+jRC\omega} \times \frac{1}{\frac{2jRC\omega+(jRC\omega)^2}{1+jRC\omega} + 1}$$

Quelle est l'expression simplifiée de $\underline{H}$?



$$\underline{H} = \frac{jRC\omega}{1+3jRC\omega+(jRC\omega)^2}$$



$$\underline{H} = \frac{jRC\omega}{1+2jRC\omega+(jRC\omega)^2}$$



$$\underline{H} = \frac{(jRC\omega)(1+3jRC\omega+(jRC\omega)^2)}{(1+jRC\omega)^2}$$



$$\underline{H} = \frac{1}{4+jRC\omega}$$

✓ $\underline{H} = \frac{jRC\omega}{1+3jRC\omega+(jRC\omega)^2}$

■ $\underline{H} = \frac{jRC\omega}{1+2jRC\omega+(jRC\omega)^2}$

Attention à bien réduire au même dénominateur $\frac{2jRC\omega+(jRC\omega)^2}{1+jRC\omega} + 1$

■ $\underline{H} = \frac{(jRC\omega)(1+3jRC\omega+(jRC\omega)^2)}{(1+jRC\omega)^2}$

Attention !!! Diviser par une fraction revient à multiplier par son inverse

■ $\underline{H} = \frac{1}{4+jRC\omega}$

On ne peut pas factoriser pour simplifier par $jRC\omega$ au numérateur et au dénominateur



Explication Générale

Raisonnement :

- On va chercher à se ramener à une expression avec un seul trait de fraction. Pour cela, on réduira au même dénominateur si besoin.

Calcul :

- Si on décompose l'expression, on a d'abord : $\frac{2jRC\omega+(jRC\omega)^2}{1+jRC\omega} + 1 = \frac{1+3jRC\omega+(jRC\omega)^2}{1+jRC\omega}$
- Il vient ensuite : $\frac{1}{\frac{2jRC\omega+(jRC\omega)^2}{1+jRC\omega} + 1} = \frac{1}{\frac{1+3jRC\omega+(jRC\omega)^2}{1+jRC\omega}} = \frac{1+jRC\omega}{1+3jRC\omega+(jRC\omega)^2}$
- Finalement : $\underline{H} = \frac{jRC\omega}{1+jRC\omega} \times \frac{1+jRC\omega}{1+3jRC\omega+(jRC\omega)^2} = \frac{jRC\omega}{1+3jRC\omega+(jRC\omega)^2}$