

Exercices : Les matrices et les calculs matriciels

Exercice 1 :

Exercice avec des matrices carrées d'ordre 2 en Terminale

Déterminer les réels x et y tels que $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x & y \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & -6 \\ 10 & 12 \end{pmatrix}$

Exercice 2 :

Exercice autour d'une matrice A d'ordre 2

On note $L = \begin{pmatrix} 1 & -2 \end{pmatrix}$ et $C = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$.

Question 1 :

Déterminer lorsqu'elles sont définies les matrices LA, CA, AC, AL et donner les réponses en fonction de C ou L .

Question 2 :

La matrice $A - 5I_2$ est inversible ou non inversible ?

Question 3 :

Déterminer l'ensemble des réels x, y tels que $AX = O$ lorsque $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

(O est la matrice colonne à deux lignes nulles).

On en déduit que A est une matrice inversible ou non inversible ?

Exercice 3 :

Exercices de matrices d'ordre 3 en Terminale

Soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Question 1 :

Calculer A^n si $n \in \mathbb{N}^*$.

Question 2 :

La formule obtenue dans la question 1 est valable pour $n = -1$

Vrai ou Faux ?

Exercice 4 :

Question 1 :

Avec une calculatrice, calculer l'inverse de $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

Question 2 :

Résoudre matriciellement le système $\begin{cases} x - y + z = 3 \\ x + y - z = -1 \\ -x + y + z = 5 \end{cases}$

Exercice 5 :

Exercice sur les calculs matriciels en terminale maths expertes

On considère les matrices

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Lorsque c'est possible, calculez les matrices $AB, BA, AB A, BC, DA, ABC, BCD$.

Exercice 6 :

Exercice sur les matrices avec de la trigonométrie en terminale

Si $n \in \mathbb{N}$ et $t \in \mathbb{R}$, $(R(t))^n = R(nt)$.

Vrai ou Faux ?

Exercice 7 :

Exercice pour déterminer une suite en maths expertes

On considère la suite (u_n) définie par : $u_0 = 1$, $u_1 = 6$ et, pour tout entier naturel n , $u_{n+2} = 6u_{n+1} - 8u_n$.

On considère de plus les matrices $B = \begin{pmatrix} 2 & -0,5 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -1 & 0,5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$.

Question 1 :

Montrer par récurrence que, pour tout entier naturel $n \geq 1$, on a : $A^n = 2^n B + 4^n C$.

Question 2 :

Pour tout entier naturel n , on a : $U_n = A^n U_0$.

Vrai ou Faux ?

$$U_{n+1} = A^{n+1} U_0.$$

On a prouvé que $\mathcal{P}(n+1)$ est vraie.

* **Conclusion** : la propriété est vraie par récurrence sur n .