

1. Définitions

Définitions

Soit A et B deux points du plan. La **translation qui transforme A en B** associe à tout point C du plan l'unique point D tel que $[BC]$ et $[AD]$ ont le même milieu. Il s'agit de la translation de **vecteur $\overrightarrow{AB}$** . Le point A est l'**origine** et B est l'**extrémité** du vecteur $\overrightarrow{AB}$.

La droite (AB) est la **direction** du vecteur $\overrightarrow{AB}$, la **norme** du vecteur est la longueur du segment $[AB]$ qui se note $\|\overrightarrow{AB}\|$. De plus, le vecteur possède un **sens**, de A vers B .

Soit $(O ; I ; J)$ un repère du plan. Pour tout point $M(x ; y)$ du plan, les **coordonnées du vecteur $\overrightarrow{OM}$** sont $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.

Deux vecteurs non nuls $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont **colinéaires** s'il existe un réel k tel que $\vec{u} = k\vec{v}$. Par convention, le vecteur nul $\vec{0}$ est colinéaire à tout vecteur.

Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ forment une **base du plan** s'ils ne sont pas colinéaires. Si leur norme vaut 1, ce sera une **base orthonormée du plan**.

Soit $\vec{u} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} a' \\ b' \end{pmatrix}$ deux vecteurs dans une base orthonormée. Le **déterminant des deux vecteurs**, noté $\det(\vec{u}, \vec{v})$, est $ab' - a'b$.

2. Propriétés

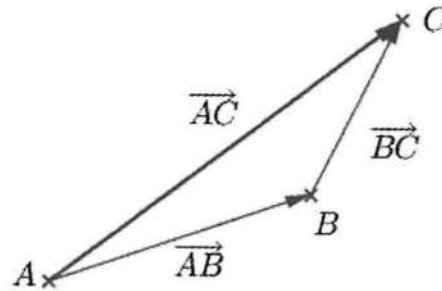
Propriétés

Soit quatre points A, B, C et D du plan. On a : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ équivaut à $ABCD$ est un parallélogramme.

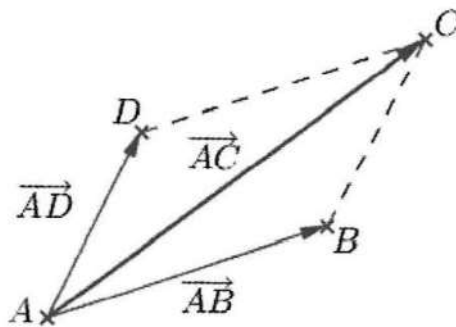
Soit $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$. Alors $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$ et $\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$.

Deux vecteurs sont égaux si et seulement si leurs coordonnées sont égales.

Soit trois points A, B et C . La **règle de Chasles** est : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.



Soit quatre points A, B, C et D . La **règle du parallélogramme** est : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ où $ABCD$ est un parallélogramme.



Soit $k \in \mathbb{R}$, $\vec{u} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} a' \\ b' \end{pmatrix}$. Alors le vecteur $\vec{u} + \vec{v}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} a + a' \\ b + b' \end{pmatrix}$ et le vecteur $k\vec{u}$, $\begin{pmatrix} ka \\ kb \end{pmatrix}$.

On a : $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$; $\vec{u} + \vec{0} = \vec{u}$; $(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w})$;

$k(\vec{u} + \vec{v}) = k\vec{u} + k\vec{v}$; $(k + k')\vec{u} = k\vec{u} + k'\vec{u}$; $(kk')\vec{u} = k(k'\vec{u})$.

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si leur déterminant vaut 0.

Soit quatre points A, B, C et D . Les droites (AB) et (CD) sont parallèles si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires. Les points A, B et C sont alignés si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.

Remarque

On fera attention à l'ordre des points pour le nom du parallélogramme par rapport à ceux de l'égalité.