

Exercices : Primitives et équations différentielles:

Exercice 1 :

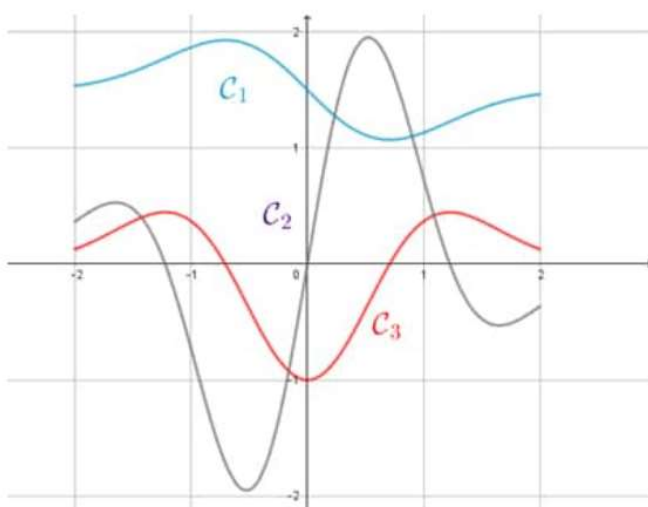
1. Calcul Primitives

Exercice 1 : lecture graphique d'une primitive :

Soit f une fonction dérivable de dérivée continue et F une primitive de f sur l'intervalle $I = [-2, 2]$.

On a représenté les fonctions f , f' et F dans le même repère.

Donner les valeurs a , b et c telles que C_a est le graphe de f , C_b celui de f' et C_c celui de F .



Exercice 2 :

Exercice 2 : primitive d'une fonction

Déterminer les **primitives** des fonctions suivantes en précisant l'intervalle de définition.

- $x \mapsto \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2$
- $x \mapsto \frac{(1 - \sqrt{x})^2}{\sqrt{x}}$
- $x \mapsto \frac{x^4 - 2x^2 + 2}{(x - 1)^2}$
- $x \mapsto 5 \cos(3x) - 4 \sin(3x)$

Exercice 3 :

2. Calcul Equation différentielle

Exercice 1 Equations différentielles : résoudre une équation

- Résoudre l'équation $y' + y = e^{2x}$ en cherchant une solution particulière sous la forme $x \mapsto a e^{2x}$ où $a \in \mathbb{R}$
- Résoudre $y' + y = (x + 1) e^{-x}$ en cherchant une solution particulière sous la forme $x \mapsto (a x^2 + b x) e^{-x}$.
- Résoudre l'équation $7y' + 2y = 2x^3 - 5x^2 + 4x - 1$ en cherchant une solution particulière sous forme d'une **fonction polynôme de degré 3**.

Exercice 4 :

Exercice 2 Equations différentielles : trouver la solution

- Déterminer les solutions de $y'' - 6y' + 9y = \frac{1-x}{x^3}e^{3x}$ sur $I =]0, +\infty[$.

Indication : On cherchera une fonction u telle que pour tout $x \in I$, $f(x) = u(x)e^{3x}$.

- Démontrer et déterminer qu'il existe une seule solution f telle que $f(1) = 0$ et $f'(1) = 0$.
- Soit u une fonction deux fois dérivable sur un intervalle I . Calculer la dérivée seconde de $f : x \mapsto x^2 u(x)$.