

Quizz : Système d'équations



On considère le système : $\begin{cases} 2x = 3 \sin \alpha \\ 2y = 3 \cos \alpha \end{cases}$

Déterminer l'expression de x en fonction de y et de α ?

☐

$$x^2 + y^2 = \frac{3}{2}$$

☐

$$x = y \tan(\alpha)$$

☐

$$x = y \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$$

☐

$$x = y + \frac{3}{2}(\sin \alpha - \cos \alpha)$$

☒

$$x^2 + y^2 = \frac{3}{2}$$

La réponse juste mais n'est pas donnée en fonction de α

☒

$$x = y \tan(\alpha)$$

☒

$$x = y \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$$

correct sans la simplification d'écriture avec la tangente

☒

$$x = y + \frac{3}{2}(\sin \alpha - \cos \alpha)$$

correct mais moins simple qu'avec la tangente



Explication Générale

Raisonnement :

On pourrait substituer la valeur de α donnée par la deuxième équation et la remplacer dans la première mais l'expression utiliserait plusieurs fonctions trigonométriques. D'où l'idée de simplifier les deux fonctions trigonométriques cosinus et sinus en une seule en faisant le quotient des deux équations, ce qui donne :

$$\frac{x}{y} = \tan \alpha \iff x = y \tan \alpha$$



On considère le système :

$$\begin{cases} 3 + 4x - 2y = 0 \\ 9 - 2y + 4z = 0 \\ 6 + 2x + y - 2z = 0 \end{cases}$$

Quelle est la valeur de l'inconnue x ?

☐

$x = 0$

☐

$x = -\frac{3}{4}$

☐

$x = -3$



$x = 0$

cette solution convient avec $y = \frac{3}{2}$ dans la première équation mais pas dans les autres



$x = -\frac{3}{4}$



$x = -3$

cette solution convient avec $y = z = 0$ dans la troisième équation mais pas dans les autres



Explication Générale

Raisonnement :

On va utiliser la méthode par substitution :

- On exprime y en fonction de x dans la première équation : $y = \frac{3+4x}{2}$
- On remplace cette valeur de y dans la deuxième équation pour obtenir z en fonction de x :
 $9 - 2\frac{3+4x}{2} + 4z = 0 \iff z = \frac{2x-3}{2}$
- On remplace les valeurs de y et z dans la troisième équation pour obtenir x :
 $6 + 2x + \frac{3+4x}{2} + 2\frac{2x-3}{2} = 0 \iff x = -\frac{3}{4}$



La magnitude M d'un séisme est définie par $M = \log\left(\frac{y_{max}}{y_0}\right)$ avec y_{max} amplitude maximale des mouvements du sol et y_0 amplitude d'un séisme de référence.

Un séisme a lieu. Il est suivi d'une réplique dont l'amplitude maximale est la moitié de celle du premier séisme.

Comment sont reliées la magnitude du premier séisme et celle de la réplique ?



La magnitude M_2 de la réplique vaut la moitié de M_1 .



La magnitude M_2 de la réplique vaut le double de M_1 .



La magnitude de la réplique vaut $M_2 = M_1 - \log(2)$.



La magnitude M_2 de la réplique vaut la moitié de M_1 .

Il n'y a pas de relation de proportionnalité entre magnitude et amplitude, il faut utiliser la relation avec le logarithme.



La magnitude M_2 de la réplique vaut le double de M_1 .

Il faut utiliser la relation avec le logarithme.



La magnitude de la réplique vaut $M_2 = M_1 - \log(2)$.



Explication Générale

Modélisation : On traduit les informations de l'énoncé en écriture mathématique :

1. Pour le 1er séisme on appelle y_1 l'amplitude des oscillations et on a donc : $M_1 = \log\left(\frac{y_1}{y_0}\right)$.
2. Pour la réplique, on appelle y_2 l'amplitude des oscillations et on a donc : $M_2 = \log\left(\frac{y_2}{y_0}\right)$.
3. L'énoncé nous dit que l'amplitude des oscillations de la réplique est la moitié de celle du premier séisme, on a donc $y_2 = \frac{y_1}{2}$.

Raisonnement : on cherche à exprimer M_2 en fonction de M_1 . Il faut donc "éliminer" les variables y_1 et y_0 qui ne sont pas connues.

Calcul :

- On injecte l'expression obtenue en (3) dans l'expression (2) : $M_2 = \log\left(\frac{\frac{y_1}{2}}{y_0}\right) = \log\left(\frac{y_1}{2y_0}\right)$.
- On utilise les propriétés du logarithme et on obtient le système :
 - (1) $M_1 = \log\left(\frac{y_1}{y_0}\right) = \log(y_1) - \log(y_0)$
 - (2) $M_2 = \log\left(\frac{y_1}{2y_0}\right) = \log(y_1) - \log(2) - \log(y_0)$

- On résout le système d'équation par substitution en exprimant y_1 dans la première expression et en le substituant dans la deuxième :
 - (1) $\log(y_1) = M_1 + \log(y_0)$
 - (2) $M_2 = \log(y_1) - \log(2) - \log(y_0) = M_1 + \log(y_0) - \log(2) - \log(y_0)$
- On a donc : $M_2 = M_1 - \log(2)$.



On étudie l'écoulement d'un fluide biphasique entre deux plaques. La résolution de l'équation sur la vitesse du fluide en tenant compte des conditions aux limites permet d'écrire le système suivant où c et b sont les deux inconnues.

$$\begin{cases} (1) ah = bh + c \\ (2) v_0 = bH + c \end{cases}$$

h , H et v_0 sont des données du problème.

Quelle est l'expression de c en fonction des données du problème ?



$$c = \frac{h(aH - v_0)}{H - h}$$



$$c = \frac{ahH - v_0h}{H - h}$$



$$c = v_0 - \frac{v_0 - ah}{H - h}H$$



$$c = \frac{aH - v_0}{H}$$



$$c = \frac{h(aH - v_0)}{H - h}$$



$$c = \frac{ahH - v_0h}{H - h}$$



$$c = v_0 - \frac{v_0 - ah}{H - h}H$$



$$c = \frac{aH - v_0}{H}$$

On ne peut simplifier par h qui n'est pas en facteur au dénominateur



Explication Générale

Raisonnement : On cherche d'abord à exprimer b que l'on substituera ensuite dans l'autre expression.

Calcul littéral :

- On exprime b en fonction des paramètres connus :
 - Comme c est seul dans chaque relation, on peut soustraire la relation (1) à la relation (2) : $v_0 - ah = bH - bh + c - c \Rightarrow v_0 - ah = b(H - h)$
 - On isole b en divisant de part et d'autre par $H - h$ et on a : $b = \frac{v_0 - ah}{H - h}$
- On remplace b par son expression dans la deuxième équation
 - On isole c : $v_0 = bH + c \Rightarrow c = v_0 - bH$
 - On reporte l'expression de b : $c = v_0 - \frac{v_0 - ah}{H - h}H$
- On simplifie l'expression obtenue en se ramenant à une seule fraction :
 - On passe les deux fractions au même dénominateur : $c = \frac{v_0(H - h)}{H - h} - \frac{H(v_0 - ah)}{H - h}$
 - On réalise l'addition : $c = \frac{V_0H - V_0h - HV_0 + hHa}{H - h} = \frac{hHa - V_0h}{H - h}$
 - On factorise h au numérateur : $c = \frac{h(Ha - V_0)}{H - h}$



L'application de la deuxième de Newton conduit au système suivant, avec T et a inconnues :

(1) $ma = T \sin \alpha$

(2) $mg = T \cos \alpha$

Quelle est l'expression de a à partir du système précédent en fonction de g et α ?



$$a = -g \times \tan(\alpha)$$



$$a = \frac{g}{\tan(\alpha)}$$



$$a = g \times \tan(\alpha)$$



$$a = -g \times \tan(\alpha)$$



$$a = \frac{g}{\tan(\alpha)}$$



$$a = g \times \tan(\alpha)$$



Explication Générale

Raisonnement :

On va chercher à combiner les équations (1) et (2) pour exprimer a ou bien on va substituer la valeur de m donnée par l'équation (2) dans l'équation (1)

Calcul :

- On peut diviser (1) par (2) pour éliminer T et m : $\frac{ma}{mg} = \frac{a}{g} = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$
- On simplifie : $\frac{a}{g} = \tan(\alpha)$
- On isole a en divisant par g : $a = g \times \tan(\alpha)$



L'application des lois de Kirchhoff à un circuit électrique conduit au système suivant avec I , I_1 et I_2 comme inconnues :

$$(1) E_1 - (r + R)I_1 + RI = 0$$

$$(2) RI_1 + RI_2 - (R_0 + 2R)I = 0$$

$$(3) E_2 + (r + R)I_2 - RI = 0$$

Quelle est l'expression de I en fonction de R , E_1 , E_2 , R_0 et r , à partir du système précédent ?



$$I = \frac{R(E_1 - E_2)}{2rR + R_0(r + R)}$$



$$I = \frac{R(E_1 + E_2)}{2rR + R_0(r + R)}$$



$$I = \frac{R(E_1 - E_2)}{2rR - R_0(r + R)}$$



$$I = \frac{R(E_1 - E_2)}{2rR + R_0(r + R)}$$



$$I = \frac{R(E_1 + E_2)}{2rR + R_0(r + R)}$$



$$I = \frac{R(E_1 - E_2)}{2rR - R_0(r + R)}$$



Explication Générale

Raisonnement :

On commence par identifier les inconnues. Celle que l'on cherche à exprimer (en rouge), celles qu'on cherche à supprimer en bleu et rose.

$$(1) E_1 - (r + R)I_1 + RI = 0$$

$$(2) RI_1 + RI_2 - (R_0 + 2R)I = 0$$

$$(3) E_2 + (r + R)I_2 - RI = 0$$

Calcul :

- On déduit de (1) l'expression de I_1 en fonction de I : $I_1 = \frac{E_1 + RI}{r + R}$
- On déduit de (3) l'expression de I_2 en fonction de I : $I_2 = \frac{RI - E_2}{r + R}$
- On injecte les expressions précédentes dans (2) pour éliminer I_1 et I_2 :
$$R \left(\frac{E_1 + RI}{r + R} \right) + R \left(\frac{RI - E_2}{r + R} \right) - (R_0 + 2R)I = 0$$
- On réduit au même dénominateur : $R(E_1 + RI) + R(RI - E_2) - (r + R)(R_0 + 2R)I = 0$
- On développe : $I(-R_0r - R_0R - 2rR) = R(E_2 - E_1)$ soit $I = \frac{R(E_1 - E_2)}{2rR + R_0(r + R)}$