

### Quizz : Propriétés Fonctions Usuelles



La cinétique d'une réaction chimique a été étudiée et sa vitesse suit la loi  $v = k \times [A]^2 [B]^3$  avec  $k$  constante.

Quelles sont les expressions correctes de  $\log(v)$  en fonction de  $\log(k)$ ,  $\log[A]$  et  $\log[B]$  ?

☐

$$\log(v) = \log(k) + 2 \log[A] + 3 \log[B]$$

☐

$$\log(v) = \log(k) + \log[A]^2 + \log[B]^3$$

☐

$$\log(v) = \log(k) \times 2 \log[A] \times 3 \log[B]$$



$$\log(v) = \log(k) + 2 \log[A] + 3 \log[B]$$



$$\log(v) = \log(k) + \log[A]^2 + \log[B]^3$$



$$\log(v) = \log(k) \times 2 \log[A] \times 3 \log[B]$$

**Le logarithme d'un produit donne la somme de logarithme et non le produit des logarithmes.**



### Explication Générale

#### Formules à connaître :

- $\log(a \times b) = \log(a) + \log(b)$  ;
- $\log(a^b) = b \times \log(a)$  ;
- $\log(10^a) = a$ .



Quelle est la formule correcte ?

☐

$$\log(ab) = \log(a) \times \log(b)$$

☐

$$\log(ab) = \log(a) + \log(b)$$

☐

$$\log(a + b) = \log(a) + \log(b)$$

☐

$$\log(a + b) = \log(a) \times \log(b)$$

☒

$$\log(ab) = \log(a) \times \log(b)$$

Essayez sur un exemple avec votre calculatrice :

$\log(10 \times 10) = \log(100) = 2$ ;  $\log(10) \times \log(10) = 1 \times 1$  ; la formule proposée est donc fausse.

☒

$$\log(ab) = \log(a) + \log(b)$$

☐

$$\log(a + b) = \log(a) + \log(b)$$

Il n'y a pas distributivité de la fonction logarithme :  $\log(10 + 10) = \log(20) = 1,3$  n'est pas égal à  $\log(10) + \log(10) = 2$ .

☐

$$\log(a + b) = \log(a) \times \log(b)$$

Essayez sur un exemple avec votre calculatrice :  $\log(10 + 10) = \log(20) \approx 1.301...$  et  $\log(10) \times \log(10) = 1 \times 1$  ; la formule proposée est donc fausse.



### Explication Générale

Formule du cours à connaître :  $\ln(ab) = \ln(a) + \ln(b)$  ou  $\log(ab) = \log(a) + \log(b)$ .



Calculatrice autorisée.

Une population d'atomes radioactifs décroît selon la loi :  $\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t}$ .

Quelle est la valeur de  $\lambda \times t$  quand la population de noyaux a été divisée par 10 ( $\frac{N}{N_0} = \frac{1}{10}$ ) ?

☐

1,0

☐

2,3

☐

0,8

☐

0,9

☒

1,0

Il faut utiliser la fonction "ln" et non la fonction "log".

☒

2,3

☒

0,8

Il faut utiliser la fonction "ln" et non la fonction "puissance de 10".

☒

0,9

Il faut utiliser la fonction "ln" et non la fonction "exp".



### Explication Générale

**Raisonnement :** La fonction exponentielle est la réciproque de la fonction "ln".

$$x = e^y \Leftrightarrow y = \ln(x)$$

$$\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda \times t} \Leftrightarrow -\lambda \times t = \ln\left(\frac{N}{N_0}\right)$$

**Application numérique :**

$$\lambda \times t = -\ln(0,1) = 2,3$$



Parmi les tableaux suivants, lequel correspond effectivement à une opération avec le logarithme népérien ?



|     |       |          |
|-----|-------|----------|
| $e$ | $e^2$ | $e^{-2}$ |
| 0   | 1     | -1       |



|            |   |     |
|------------|---|-----|
| $\sqrt{e}$ | 1 | $e$ |
| -1         | 0 | 1   |



|     |       |          |
|-----|-------|----------|
| $e$ | $e^2$ | $e^{-2}$ |
| 1   | 2     | -2       |



|               |   |     |
|---------------|---|-----|
| $\sqrt{e}$    | 1 | $e$ |
| $\frac{1}{2}$ | 1 | 2   |



|     |       |          |
|-----|-------|----------|
| $e$ | $e^2$ | $e^{-2}$ |
| 0   | 1     | -1       |



|            |   |     |
|------------|---|-----|
| $\sqrt{e}$ | 1 | $e$ |
| -1         | 0 | 1   |



|     |       |          |
|-----|-------|----------|
| $e$ | $e^2$ | $e^{-2}$ |
| 1   | 2     | -2       |



|               |   |     |
|---------------|---|-----|
| $\sqrt{e}$    | 1 | $e$ |
| $\frac{1}{2}$ | 1 | 2   |



### Explication Générale

Il faut connaître les propriétés de la fonction logarithme népérien et les deux valeurs remarquables  $\ln(1) = 0$  et  $\ln(e) = 1$ .



Calculatrice autorisée

Le produit ionique de l'eau s'écrit :  $K_e = [H_3O^+] \cdot [HO^-]$ .

On rappelle que  $pKe = -\log(K_e)$  et  $pH = -\log[H_3O^+]$ .

Quelle est l'expression du  $pKe$  en fonction du  $pH$  ?

☐

$$pKe = pH - \log[HO^-]$$

☐

$$pKe = pH + \log[HO^-]$$

☐

$$pKe = pH \times \log[HO^-]$$

☐

$$pKe = -pH - \log[HO^-]$$



$$pKe = pH - \log[HO^-]$$



$$pKe = pH + \log[HO^-]$$

Il ne faut pas oublier le signe "-" dans l'expression du  $pKe$  en fonction du  $K_e$ .



$$pKe = pH \times \log[HO^-]$$

Le logarithme d'un produit est égale à la somme des logarithmes.



$$pKe = -pH - \log[HO^-]$$

Il ne faut pas oublier le signe "-" dans l'expression du  $pH$ .



Explication Générale

$$pKe = -\log(K_e) = -\log([H_3O^+][HO^-]) = -\log[H_3O^+] - \log[HO^-] = pH - \log[HO^-]$$



Quelle est la formule correcte ?

☐

$$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{\ln(a)}{\ln(b)}$$

☐

$$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$$

☐

$$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) + \ln(b)$$

☐

$$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a - b)$$

☐  $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{\ln(a)}{\ln(b)}$

Essayer un exemple sur votre calculatrice :  $\ln\left(\frac{7}{5}\right) \approx 0,336$  et  $\frac{\ln(7)}{\ln(5)} \approx 1,209$  donc la formule est fausse.

☒  $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$

☐  $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) + \ln(b)$

Essayer un exemple sur votre calculatrice :  $\ln\left(\frac{7}{5}\right) \approx 0,336$  et  $\ln(7) + \ln(5) \approx 3,555$  donc la formule est fausse.

☐  $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a - b)$

Essayer un exemple sur votre calculatrice :  $\ln\left(\frac{7}{5}\right) \approx 0,336$  et  $\ln(7-5) \approx 0,693$  donc la formule est fausse.



### Explication Générale

Formule du cours à connaître :  $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$ .

On dit que le logarithme népérien transforme la division en soustraction.



Quelle est la formule correcte ?

☐  $\log(ab) = \log(a) \times \log(b)$

☐  $\log(ab) = \log(a) + \log(b)$

☐  $\log(a + b) = \log(a) + \log(b)$

☐  $\log(a + b) = \log(a) \times \log(b)$

☐  $\log(ab) = \log(a) \times \log(b)$

**Essayez sur un exemple avec votre calculatrice :**

$\log(10 \times 10) = \log(100) = 2$ ;  $\log(10) \times \log(10) = 1 \times 1$  ; la formule proposée est donc fausse.

☒  $\log(ab) = \log(a) + \log(b)$

☐  $\log(a + b) = \log(a) + \log(b)$

**Il n'y a pas distributivité de la fonction logarithme :**  $\log(10 + 10) = \log(20) = 1,3$  n'est pas égal à  $\log(10) + \log(10) = 2$ .

☐  $\log(a + b) = \log(a) \times \log(b)$

**Essayez sur un exemple avec votre calculatrice :**  $\log(10 + 10) = \log(20) \approx 1.301...$  et  $\log(10) \times \log(10) = 1 \times 1$  ; la formule proposée est donc fausse.



### Explication Générale

Formule du cours à connaître :  $\ln(ab) = \ln(a) + \ln(b)$  ou  $\log(ab) = \log(a) + \log(b)$ .



La semelle d'un fer à repasser est initialement à la température  $\theta_i$ . Elle refroidit au contact de l'air qui est à la température  $\theta_e$ .

Sa température au cours du temps évolue selon la relation  $\theta(t) = (\theta_i - \theta_e)e^{-\frac{hS}{mC}t} + \theta_e$  où  $h$ ,  $S$ ,  $m$  et  $C$  sont des constantes connues.

**Quelle est l'expression de la durée  $t$  au bout de laquelle la température vaut  $\theta(t)$  ?**

☐  $t = -\frac{mC}{hS(\theta_i - \theta_e)} \ln(\theta(t) - \theta_e)$

☐  $t = \frac{mC}{hS} \ln\left(\frac{\theta(t)}{\theta_i - \theta_e} - \theta_e\right)$

☐  $t = \frac{mC}{hS} \ln \frac{\theta(t) - \theta_e}{\theta_i - \theta_e}$

☐  $t = \frac{mC}{hS} \ln \frac{\theta_i - \theta_e}{\theta(t) - \theta_e}$

$$t = -\frac{mC}{hS(\theta_i - \theta_e)} \ln(\theta(t) - \theta_e)$$

**Attention aux priorités de calcul !!!**

$$t = \frac{mC}{hS} \ln\left(\frac{\theta(t)}{\theta_i - \theta_e} - \theta_e\right)$$

**Attention aux priorités de calcul !!!**

$$t = \frac{mC}{hS} \ln \frac{\theta(t) - \theta_e}{\theta_i - \theta_e}$$

$$\ln \frac{a}{b} = -\ln \frac{b}{a}$$

$$\checkmark \quad t = \frac{mC}{hS} \ln \frac{\theta_i - \theta_e}{\theta(t) - \theta_e}$$



### Explication Générale

**Raisonnement :** L'énoncé nous demande d'isoler  $t$  qui est dans une exponentielle dans l'expression de  $\theta(t)$ . On va commencer par isoler l'exponentielle puis on utilisera les fonctions réciproques pour isoler l'inconnue  $t$ .

**Calcul :**

- On isole l'exponentielle :
  - On soustrait  $\theta_e$  de part et d'autre du signe égal :  $\theta(t) - \theta_e = (\theta_i - \theta_e)e^{-\frac{hS}{mC}t}$
  - On divise de part et d'autre par le préfacteur de l'exponentielle et on a :  $\frac{\theta(t) - \theta_e}{\theta_i - \theta_e} = e^{-\frac{hS}{mC}t}$
- On extrait l'inconnue de l'exponentielle :
  - On applique la fonction  $\ln$  et on a :  $-\frac{hS}{mC}t = \ln\left(\frac{\theta(t) - \theta_e}{\theta_i - \theta_e}\right)$
- On isole l'inconnue  $t$  :
  - On divise par l'inverse du préfacteur de  $t$  et on a :  $t = -\frac{mC}{hS} \ln\left(\frac{\theta(t) - \theta_e}{\theta_i - \theta_e}\right)$
  - On enlève le signe "-" en inversant la fraction dans le logarithme :  $t = \frac{mC}{hS} \ln\left(\frac{\theta_i - \theta_e}{\theta(t) - \theta_e}\right)$