

Quizz : Equation du second degré



On considère le système : $\begin{cases} 2x = 3 \sin \alpha \\ 2y = 3 \cos \alpha \end{cases}$

Déterminer l'expression de x en fonction de y et de α ?

☐

$$x^2 + y^2 = \frac{3}{2}$$

☐

$$x = y \tan(\alpha)$$

☐

$$x = y \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$$

☐

$$x = y + \frac{3}{2}(\sin \alpha - \cos \alpha)$$



$$x^2 + y^2 = \frac{3}{2}$$

La réponse juste mais n'est pas donnée en fonction de α



$$x = y \tan(\alpha)$$



$$x = y \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$$

correct sans la simplification d'écriture avec la tangente



$$x = y + \frac{3}{2}(\sin \alpha - \cos \alpha)$$

correct mais moins simple qu'avec la tangente



Explication Générale

Raisonnement :

On pourrait substituer la valeur de α donnée par la deuxième équation et la remplacer dans la première mais l'expression utiliserait plusieurs fonctions trigonométriques. D'où l'idée de simplifier les deux fonctions trigonométriques cosinus et sinus en une seule en faisant le quotient des deux équations, ce qui donne :

$$\frac{x}{y} = \tan \alpha \iff x = y \tan \alpha$$



On considère le système :

$$\begin{cases} 3 + 4x - 2y = 0 \\ 9 - 2y + 4z = 0 \\ 6 + 2x + y - 2z = 0 \end{cases}$$

Quelle est la valeur de l'inconnue x ?

☐

$x = 0$

☐

$x = -\frac{3}{4}$

☐

$x = -3$

☒

$x = 0$

cette solution convient avec $y = \frac{3}{2}$ dans la première équation mais pas dans les autres

☒

$x = -\frac{3}{4}$

☒

$x = -3$

cette solution convient avec $y = z = 0$ dans la troisième équation mais pas dans les autres



Explication Générale

Raisonnement :

On va utiliser la méthode par substitution :

- On exprime y en fonction de x dans la première équation : $y = \frac{3+4x}{2}$
- On remplace cette valeur de y dans la deuxième équation pour obtenir z en fonction de x :
 $9 - 2\frac{3+4x}{2} + 4z = 0 \iff z = \frac{2x-3}{2}$
- On remplace les valeurs de y et z dans la troisième équation pour obtenir x :
 $6 + 2x + \frac{3+4x}{2} + 2\frac{2x-3}{2} = 0 \iff x = -\frac{3}{4}$



On considère le système : $\begin{cases} 2 \sin \theta = x \\ 2 \cos \theta = \sin \alpha \end{cases}$

Déterminer l'expression de x en fonction de α ?



$$x = 2 - \sin \alpha$$



$$x = -\sqrt{4 - \sin^2 \alpha}$$



$$x = \sqrt{4 - \sin^2 \alpha}$$



$$x = \pm \sqrt{(2 - \sin \alpha)(2 + \sin \alpha)}$$



$$x = 2 - \sin \alpha$$

$\sqrt{a^2 - b^2}$ n'est pas égal à $\sqrt{a - b}$



$$x = -\sqrt{4 - \sin^2 \alpha}$$

ce n'est pas correct car il y a deux solutions à l'équation



$$x = \sqrt{4 - \sin^2 \alpha}$$

ce n'est pas correct car il y a deux solutions à l'équation



$$x = \pm \sqrt{(2 - \sin \alpha)(2 + \sin \alpha)}$$



Explication Générale

Raisonnement :

On remarque la présence de l'inconnue θ qui ne doit pas être dans le résultat donc il faut l'éliminer et la formule $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$ va permettre cela.

On élève donc les deux équations au carré et on les additionne ce qui donne : $4 = x^2 + \sin^2 \alpha$

D'où : $x = \pm \sqrt{4 - \sin^2 \alpha}$



Le trajet d'un rayon lumineux dans une fibre optique conduit au système suivant, avec α et i_L inconnues :

$$(1) n_1 \sin(i_L) = n_2$$

$$(2) n_1 \cos(i_L) = \sin(\alpha)$$

avec $n_1 > n_2$

Quelle est l'expression de α en fonction de n_1 et n_2 , à partir du système précédent ?



$$\alpha = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$



$$\alpha = \arcsin \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$



$$\alpha = \arcsin \sqrt{n_1^2 + n_2^2}$$



$$\alpha = \arcsin (n_1^2 - n_2^2)$$



$$\alpha = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$



$$\alpha = \arcsin \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$



$$\alpha = \arcsin \sqrt{n_1^2 + n_2^2}$$



$$\alpha = \arcsin (n_1^2 - n_2^2)$$



Explication Générale

Raisonnement : On cherche à isoler α en fonction de n_1 et n_2 mais pas en fonction de i_L qu'il va donc falloir éliminer.

Calcul :

- On a $\begin{cases} n_1 \sin(i_L) = n_2 \\ n_1 \cos(i_L) = \sin(\alpha) \end{cases}$
- On sait que $\cos^2 + \sin^2 = 1$. On élève donc chaque expression au carré et on a : $\begin{cases} n_1^2 \sin^2(i_L) = n_2^2 \\ n_1^2 \cos^2(i_L) = \sin^2(\alpha) \end{cases}$
- On additionne les deux relations : $n_1^2 \sin^2(i_L) + n_1^2 \cos^2(i_L) = n_2^2 + \sin^2(\alpha)$
- On factorise n_1^2 et on a $n_1^2 (\sin^2(i_L) + \cos^2(i_L)) = n_2^2 + \sin^2(\alpha) \Rightarrow n_1^2 = n_2^2 + \sin^2(\alpha)$
- On isole le terme avec l'inconnue (α) : $\sin^2(\alpha) = n_1^2 - n_2^2$
- On prend la racine carrée de l'expression : $\sin(\alpha) = \pm \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$
- On applique la fonction réciproque du sinus : $\alpha = \arcsin\left(\pm \sqrt{n_1^2 - n_2^2}\right)$



L'application des lois de Kirchhoff à un circuit électrique conduit au système suivant avec I , I_1 et I_2 comme inconnues :

$$(1) E_1 - (r + R)I_1 + RI = 0$$

$$(2) RI_1 + RI_2 - (R_0 + 2R)I = 0$$

$$(3) E_2 + (r + R)I_2 - RI = 0$$

Quelle est l'expression de I en fonction de R , E_1 , E_2 , R_0 et r , à partir du système précédent ?



$$I = \frac{R(E_1 - E_2)}{2rR + R_0(r + R)}$$



$$I = \frac{R(E_1 + E_2)}{2rR + R_0(r + R)}$$



$$I = \frac{R(E_1 - E_2)}{2rR - R_0(r + R)}$$

$$\checkmark \quad I = \frac{R(E_1 - E_2)}{2rR + R_0(r + R)}$$

$$\square \quad I = \frac{R(E_1 + E_2)}{2rR + R_0(r + R)}$$

$$\square \quad I = \frac{R(E_1 - E_2)}{2rR - R_0(r + R)}$$



Explication Générale

Raisonnement :

On commence par identifier les inconnues. Celle que l'on cherche à exprimer (en rouge), celles qu'on cherche à supprimer en bleu et rose.

$$(1) E_1 - (r + R)I_1 + RI = 0$$

$$(2) RI_1 + RI_2 - (R_0 + 2R)I = 0$$

$$(3) E_2 + (r + R)I_2 - RI = 0$$

Calcul :

- On déduit de (1) l'expression de I_1 en fonction de I : $I_1 = \frac{E_1 + RI}{r + R}$
- On déduit de (3) l'expression de I_2 en fonction de I : $I_2 = \frac{RI - E_2}{r + R}$
- On injecte les expressions précédentes dans (2) pour éliminer I_1 et I_2 :

$$R \left(\frac{E_1 + RI}{r + R} \right) + R \left(\frac{RI - E_2}{r + R} \right) - (R_0 + 2R)I = 0$$
- On réduit au même dénominateur : $R(E_1 + RI) + R(RI - E_2) - (r + R)(R_0 + 2R)I = 0$
- On développe : $I(-R_0r - R_0R - 2rR) = R(E_2 - E_1)$ soit $I = \frac{R(E_1 - E_2)}{2rR + R_0(r + R)}$



L'application du principe fondamental de la dynamique conduit au système d'équations suivant où T et a sont les inconnues.

$$(1)m_2a = T - m_2g$$

$$(2)m_1a = m_1g\sin\alpha - T$$

Quelle est l'expression de a en fonction des paramètres connus du système ?



$$a = \frac{(m_1\sin\alpha + m_2)g}{m_1 - m_2}$$



$$a = \frac{(m_1\sin\alpha - m_2)g}{m_2 + m_1}$$



$$a = \frac{(m_1\sin\alpha + m_2)g}{m_1 + m_2}$$



$$a = \frac{(m_1\sin\alpha + m_2)g}{m_1 - m_2}$$



$$a = \frac{(m_1\sin\alpha + m_2)g}{m_1 - m_2}$$

Il faut faire (1) + (2) et pas (1) - (2), sinon il reste $2T$



$$a = \frac{(m_1\sin\alpha - m_2)g}{m_2 + m_1}$$



$$a = \frac{(m_1\sin\alpha + m_2)g}{m_1 + m_2}$$

Attention : si vous avez choisi de substituer T dans (2) à partir de (1) : $T \neq m_2a - m_2g$



$$a = \frac{(m_1\sin\alpha + m_2)g}{m_1 - m_2}$$

Attention : si vous avez choisi de substituer T dans (1) à partir de (2) :
 $T \neq m_1a - m_1g\sin\alpha$



Explication Générale

Raisonnement :

On va chercher à combiner les équations (1) et (2) pour exprimer a

Calcul :

- On additionne (1) et (2) pour éliminer T : $m_2a + m_1a = m_1g\sin\alpha - m_2g$
- On factorise par a et par g : $(m_2 + m_1)a = (m_1\sin\alpha - m_2)g$
- On isole a : $a = \frac{(m_1\sin\alpha - m_2)g}{m_2 + m_1}$