

Dériver une fonction usuelle



Dérivée d'un polynome

? Exemple

Un point mobile se déplace sur un axe muni d'un repère d'espace $(O; \vec{i})$

L'enregistrement de son mouvement permis d'obtenir l'expression de ses coordonnées en fonction du temps :

$$x(t) = \frac{1}{2}gt^2 + v_0t + x_0$$

où g , v_0 et x_0 sont des constantes.

Donner la dérivée de x par rapport à t .

 Explication

- On identifie que t est la variable et on reconnaît une somme de fonctions :

$$x(t) = 0,5gt^2 + v_0t + x_0$$

- On dérive chacune d'entre elles individuellement :

- $\left(\frac{1}{2}gt^2\right)' = 2 \times \frac{1}{2}gt = gt$

- $(v_0t)' = v_0$

- $(x_0)' = 0$

- On obtient : $\frac{dx}{dt} = 0,5g.2t + v_0 = gt + v_0$

Dérivée d'un quotient de fonctions composées

? Exemple

Dans un circuit électrique, la puissance P dissipée par une résistance R variable, s'exprime par : $P = \frac{R \cdot E^2}{(R_0 + R)^2}$ où E et R_0 sont des constantes.

Donner la dérivée de P par rapport à R .

Raisonnement :

- On identifie que R est la variable : $P = \frac{R \cdot E^2}{(R_0 + R)^2}$
- On reconnaît un quotient de deux fonctions $\frac{u}{v}$
avec $u = R \cdot E^2$, de la forme $u(x) = a \cdot x$,
et $v = (R_0 + R)^2$, de la forme $v(x) = (a + x)^2$.
- On calcule $u' = E^2$ et $v' = 2 \cdot (R_0 + R)$
- On a donc : $P'(R) = \frac{dP}{dR} = \frac{E^2 \cdot ((R_0 + R)^2) - (2 \cdot (R_0 + R)) \cdot (R \cdot E^2)}{((R_0 + R)^2)^2}$

Simplification et présentation du résultat

- On factorise E^2 et on obtient : $\frac{dP}{dR} = E^2 \cdot \frac{(R_0 + R)^2 - 2 \cdot (R_0 + R)(R)}{(R_0 + R)^4}$
- On factorise puis on simplifie $(R_0 + R)$ présent au numérateur et au dénominateur : $\frac{dP}{dR} = E^2 \cdot \frac{(R_0 + R) - 2R}{(R_0 + R)^3}$
- On développe le numérateur : $\frac{dP}{dR} = E^2 \cdot \frac{R_0 - R}{(R_0 + R)^3}$

Calculer une dérivée



1. **Repérer**

La grandeur qui joue le rôle de variable (x en maths) et la surligner,
Les grandeurs qui jouent le rôle de paramètre ou de constante (nombre en maths)

2. **Identifier la forme de référence** (voir rappel)

3. **Calculer la dérivée**

4. **Factoriser** (et **simplifier** si fractions)

Repérer la variable qui joue le rôle de x .



En général en physique, les grandeurs ne s'appellent pas f et les variables ne s'appellent pas x . C'est pour cela que l'on note la dérivée en indiquant explicitement par rapport à quelle lettre on dérive : $f'(x) = \frac{df}{dx}$.

Le petit "d" est une notation qui rappelle la définition de la dérivée. df représente une toute petite variation de f , et dx représente une toute petite variation de x .

Pour éviter les erreurs et faire le lien avec le cours de mathématiques, on vous conseille de **surligner (ou entourer) la variable par rapport à laquelle on dérive**

Pour éviter les erreurs



N'utiliser la forme $\frac{u}{v}$ que quand il n'y a vraiment aucune autre forme possible comme : $a \cdot u$, $u^n v^{-m}$, ...

	$f'(x) = \frac{df(x)}{dx}$	$(f \circ u)'(x) = u'(x) \times (f' \circ u)(x) = \frac{df(u(x))}{dx}$
$f(x) = \ln(x)$	$\frac{1}{x}$	$\frac{u'(x)}{u(x)}$
$f(x) = \exp(x)$	$\exp(x)$	$u'(x) \times \exp(u(x))$
$f(x) = \cos(x)$	$-\sin(x)$	$-u'(x) \times \sin(u(x))$
$f(x) = \sin(x)$	$\cos(x)$	$u'(x) \times \cos(u(x))$
$f(x) = \frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$-\frac{u'(x)}{(u(x))^2}$
$f(x) = \sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\frac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}}$
$f(x) = x^n$	nx^{n-1}	$nu'(x) \times (u(x))^{n-1}$
$f(x) = k \times u(x)$	$k \times u'(x)$	
$f(x) = (u + v)(x)$	$u'(x) + v'(x)$	
$f(x) = (u \times v)(x)$	$u'(x) \times v(x) + u(x) \times v'(x)$	
$f(x) = \left(\frac{u}{v}\right)(x)$	$\frac{u'(x) \times v(x) - u(x) \times v'(x)}{(v(x))^2}$	