

Calculer avec des puissances de 10



Produit et quotient de puissances de 10

? Exemple

Donner l'écriture simplifiée de $A = \frac{(10^4)^{-2} \times \frac{1}{10^2}}{10^{-6} \times 10^5}$.

Explication

- On commence par utiliser la règle pour la puissance de puissances : $A = \frac{10^{4 \times (-2)} \times \frac{1}{10^2}}{10^{-6} \times 10^5}$
- Puis on se ramène à un produit de puissances de 10 au numérateur :

$$A = \frac{10^{-8} \times \frac{1}{10^2}}{10^{-6} \times 10^5} = \frac{10^{-8} \times 10^{-2}}{10^{-6} \times 10^5}$$

- On calcule ensuite les produits de puissances de 10 :

$$A = \frac{10^{-8} \times 10^{-2}}{10^{-6} \times 10^5} = \frac{10^{(-8)+(-2)}}{10^{-6+5}} = \frac{10^{-10}}{10^{-1}}$$

- On transforme le quotient de puissances de 10 en un produit :

$$A = \frac{10^{-10}}{10^{-1}} = 10^{-10} \times 10^{-(-1)} = 10^{-10} \times 10^1 = 10^{-10+1} = 10^{-9}$$

Se ramener à un produit de puissances de 10

Méthode

- Transformer les puissances de 10 qui sont au dénominateur avec : $\frac{1}{10^a} = 10^{-a}$
- Appliquer la règle de produits de puissances de 10 : $10^a \times 10^b = 10^{a+b}$

Attention

Il n'existe pas de formules d'addition, ni de soustraction.

En effet, la somme et la différence de deux puissances de 10 ne sont pas des puissances de 10 comme le prouvent les exemples ci-dessous :

$$10^3 + 10^1 = 1\,000 + 10 = 1\,010$$

$$10^2 - 10^0 = 100 - 1 = 99$$

Utiliser des parenthèses avec les signes

Conseil

Ne pas oublier les parenthèses pour éviter les erreurs de signe : $-(-2) = +2$

La notation 10^n avec n entier :

- Les écritures 10^1 , 10^2 , 10^3 , ... désignent respectivement les nombres 10, 100, 1 000, ...
- 1 s'écrit 10^0
- Les écritures 10^{-1} , 10^{-2} , 10^{-3} , ... désignent respectivement les nombres

$$\frac{1}{10} = 0,1, \frac{1}{100} = 0,01, \frac{1}{1\,000} = 0,001, \dots$$

Les règles de calcul :

- **Produit** : $10^n \times 10^p = 10^{n+p}$, n et p désignent des entiers relatifs.
« Dans un produit on ajoute les exposants »
- **Puissance entière** : $(10^n)^p = 10^{n \times p}$, n et p désignent des entiers relatifs.
« Pour la puissance d'une puissance on multiplie les exposants »
- **Inverse** : $\frac{1}{10^n} = 10^{-n}$, n désigne un entier relatif.
« Remplacer par son inverse revient à changer le signe de l'exposant. »
- **Quotient** : Il ne s'agit pas d'une nouvelle règle à retenir. Il suffit de reconnaître que le quotient de deux puissances de 10 est le produit d'une puissance de 10 et de l'inverse d'une puissance de 10 : $\frac{10^n}{10^p} = 10^n \times 10^{-p} = 10^{n-p}$.
« Dans un quotient, on soustrait les exposants. »