

Quizz : Fonctions trigonométriques



La différence de marche entre deux rayons lumineux dans une couche mince peut s'écrire : $\delta = 2ne \left(\frac{1}{\cos r} - \tan r \sin r \right)$

Quelle est l'expression la plus simplifiée de δ ?



$$\delta = 2ne \frac{1 - \cos^2 r}{\cos r}$$



$$\delta = 2ne \cos r$$



$$\delta = 2ne \frac{1 - \sin^2 r}{\cos r}$$



$$\delta = 2ne \frac{\cos 2r}{\cos r}$$



$$\delta = 2ne \frac{1 - \cos^2 r}{\cos r}$$

Attention $\tan r \neq \frac{\cos r}{\sin r}$



$$\delta = 2ne \cos r$$



$$\delta = 2ne \frac{1 - \sin^2 r}{\cos r}$$

Il reste une étape de simplification qui utilise la relation $\cos^2 r + \sin^2 r = 1$



$$\delta = 2ne \frac{\cos 2r}{\cos r}$$

$$1 - \sin^2 r \neq \cos 2r = \cos^2 r - \sin^2 r$$



Explication Générale

Raisonnement : On utilise la définition de la tangente $\tan r = \frac{\sin r}{\cos r}$ et la relation $\cos^2 r + \sin^2 r = 1$

Calcul :

- On commence par utiliser la définition de la tangente pour remplacer $\tan r$ et on simplifie le résultat obtenu :
 - En remplaçant la tangente on obtient : $\delta = 2ne \left(\frac{1}{\cos r} - \frac{\sin r}{\cos r} \sin r \right)$
 - On simplifie la fraction de droite : $\delta = 2ne \left(\frac{1}{\cos r} - \frac{\sin^2 r}{\cos r} \right)$
 - On se ramène à une seule fraction (même dénominateur) et on obtient : $\delta = 2ne \frac{1 - \sin^2 r}{\cos r}$
- On utilise la relation $\cos^2 r + \sin^2 r = 1 \Leftrightarrow \cos^2 r = 1 - \sin^2 r$ et on a donc : $\delta = 2ne \frac{\cos^2 r}{\cos r}$
 - On simplifie la fraction : $\delta = 2ne \cos r$



Un exercice de mécanique sur le mouvement parabolique d'une moto conduit à l'expression suivante : $L = \frac{2v_0^2 \cos^2 \alpha \tan \alpha}{g}$

Quelle est l'expression simplifiée de L ?



$$L = \frac{2v_0^2 \cos^3 \alpha}{g \sin \alpha}$$



$$L = \frac{2v_0^2 \cos \alpha \sin \alpha}{g}$$



$$L = \frac{2v_0^2 \cos^3 \alpha \sin \alpha}{g}$$



$$L = \frac{2v_0^2 \sin^2 \alpha}{g}$$



$$L = \frac{2v_0^2 \cos^3 \alpha}{g \sin \alpha}$$

$$\tan \alpha \neq \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$



$$L = \frac{2v_0^2 \cos \alpha \sin \alpha}{g}$$



$$L = \frac{2v_0^2 \cos^3 \alpha \sin \alpha}{g}$$

$$\tan \alpha \neq \cos \alpha \sin \alpha$$



$$L = \frac{2v_0^2 \sin^2 \alpha}{g}$$

$$\cos^2 \alpha \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \neq \sin^2 \alpha$$



Explication Générale

Raisonnement : On va utiliser la relation : $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$

Calcul :

- On remplace $\tan \alpha$ par sa définition et on obtient : $L = \frac{2v_0^2 \cos^2 \alpha \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}}{g}$
- On simplifie les $\cos \alpha$ et on obtient : $L = \frac{2v_0^2 \cos \alpha \sin \alpha}{g}$



Dans le cadre d'un exercice d'optique, on dispose des relations suivantes : $n \sin i_L = n_1$ et $n \cos i_L = \cos \alpha$. L'indice n est plus grand que 1 et l'angle α est un défini positif.

Que vaut n_1 en fonction de n et $\cos \alpha$?



$$n_1 = \sqrt{\cos^2 \alpha - n^2}$$



$$n_1 = \sqrt{n^2 - \cos^2 \alpha}$$



$$n_1 = n - \cos \alpha$$



$$n_1 = \sqrt{n^2 - \cos^2 \alpha}$$



$$n_1 = \sqrt{\cos^2 \alpha - n^2}$$

$$\cos^2 i_L - \sin^2 i_L \neq 1$$



$$n_1 = \sqrt{n^2 - \cos^2 \alpha}$$

$$\sin^2 i_L - \cos^2 i_L \neq 1$$



$$n_1 = n - \cos \alpha$$

$$\sin i_L + \cos i_L \neq 1$$



$$n_1 = \sqrt{n^2 - \cos^2 \alpha}$$



Explication Générale

Raisonnement : On va exploiter la relation : $\cos^2 i_L + \sin^2 i_L = 1$

Calcul :

- Pour exploiter la relation $\cos^2 i_L + \sin^2 i_L = 1$ on élève au carré chacune des relations données dans l'énoncé.
 - On a ainsi :
 - $n^2 \sin^2(i_L) = n_1^2$
 - $n^2 \cos^2 i_L = \cos^2(\alpha)$
 - On additionne ensuite ces deux équations et on obtient : $n^2 \cos^2 i_L + n^2 \sin^2 i_L = n_1^2 + \cos^2(\alpha)$
 - On factorise n_1^2 dans le terme de gauche et on obtient : $n^2 (\cos^2 i_L + \sin^2 i_L) = n_1^2 + \cos^2(\alpha)$
 - On utilise la relation $\cos^2 i_L + \sin^2 i_L = 1$ et on obtient donc : $n^2 = n_1^2 + \cos^2 \alpha$
- On isole maintenant le terme contenant la grandeur recherchée (n_1) à gauche du signe égal et on obtient : $n_1^2 = n^2 - \cos^2 \alpha$
- Comme $n > 1$ et $\alpha > 0$ on peut prendre la racine carrée positive de l'équation précédente et on obtient : $n_1 = \sqrt{n^2 - \cos^2 \alpha}$



Le travail de la force de frottements $\vec{f}$ d'une voiture qui roule sur une route de longueur L s'écrit $W(\vec{f}) = fL \cos(180)$

Quelle expression correspond au travail de la force après simplification ?

☐

$$W(\vec{f}) = fL$$

☐

$$W(\vec{f}) = 0$$

☐

$$W(\vec{f}) = -fL$$

☐

$$W(\vec{f}) = \frac{1}{2}fL$$

☒

$$W(\vec{f}) = fL$$

$$\cos(0) = 1$$

☒

$$W(\vec{f}) = 0$$

$$\cos(90) = 0$$

☒

$$W(\vec{f}) = -fL$$

☒

$$W(\vec{f}) = \frac{1}{2}fL$$

$$\cos(60) = \frac{1}{2}$$



Explication Générale

Raisonnement :

Avec des angles en degrés : $\cos(180) = -1$

Calcul :

$$W(\vec{f}) = fL \times (-1) = -fL$$

On obtient bien un travail négatif et donc résistant ce qui est cohérent avec la situation physique étudiée.