

Simplifier une écriture avec des fonctions trigonométriques



? Exemple

La résolution d'un problème de mécanique conduit à l'expression : $L = \frac{2v_0^2 \cos^2(\alpha) \tan(\alpha)}{g}$.

On cherche alors la valeur de α qui permet d'atteindre une certaine distance L . Pour résoudre cette équation trigonométrique de façon analytique, il faut arriver à une expression avec une seule fonction de α . On demande donc :

Simplifier l'expression précédente.

Explication

- On se ramène à une expression avec les fonctions de base sinus et cosinus :

- On remplace $\tan(\alpha)$ par son expression en fonction de $\sin(\alpha)$ et $\cos(\alpha)$ soit :

$$L = \frac{2v_0^2 \cos^2(\alpha) \tan(\alpha)}{g} = \frac{2v_0^2 \cos^2(\alpha) \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}}{g}$$

- On simplifie par $\cos(\alpha)$ d'où : $L = \frac{2v_0^2 \cos^2(\alpha) \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}}{g} = \frac{2v_0^2 \cos(\alpha) \sin(\alpha)}{g}$

- On utilise la relation de trigonométrie : $\sin(2\alpha) = 2 \sin(\alpha) \cos(\alpha)$ pour se ramener à une seule fonction :

$$L = \frac{2v_0^2 \cos(\alpha) \sin(\alpha)}{g} = \frac{v_0^2 \sin(2\alpha)}{g}$$

Pour simplifier une écriture :

Méthode

- Utiliser la définition de la tangente pour travailler uniquement avec des sinus et des cosinus
- Simplifier ce qui peut l'être
Fractions, somme avec des carrés de sinus et/ou de cosinus
Se ramener à une seule fonction en utilisant les relations trigonométriques
Faire apparaître la fonction tangente lorsque cela simplifie l'écriture.

Formules de trigonométrie

Rappel

Formules du lycée :

- $\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$
- $\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha) = 1$

Autres formules utiles en physique :

- $\sin(2\alpha) = 2 \cos(\alpha) \sin(\alpha)$
- $\cos(2\alpha) = \cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha)$

Attention

Il n'est pas toujours possible de se ramener à une expression simple.