

Simplifier une fraction simple



Pour simplifier une fraction



Méthode

L'idée est d'exploiter la propriété $\frac{a}{b} = \frac{k \times a}{k \times b}$, k non nul.

1. **Chercher** un ou **des facteurs communs** entre le numérateur et le dénominateur
2. **Les faire apparaître** en **décomposant les expressions** et en **surlignant les termes identiques** au numérateur et au dénominateur de la même couleur
3. **Les simplifier** (= remplacer par le nombre 1)



Remarque

Une fraction possède une infinité d'écritures équivalentes. Certaines formes d'écritures sont plus adaptées que d'autres selon l'objectif :

- Pour présenter un résultat, on recherche la forme la plus simplifiée
- Pour sommer des fractions, on cherche à avoir deux fractions avec le même dénominateur.

Simplifier une grosse fraction



Simplifier une fraction



Exemple

La conservation de l'énergie mécanique appliquée à un solide en mouvement conduit à la relation : $\frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh$.

En isolant v_A sans chercher à simplifier, on obtient l'expression suivante : $v_A^2 = \frac{\frac{1}{2}mv_B^2 + mgh}{\frac{1}{2}m}$.

Simplifier l'expression précédente.

On observe :

- Qu'il y a deux traits de fraction et que c'est compliqué à gérer
- Que la lettre m est présente dans tous les termes de cette expression

Calcul :

- On cherche d'abord à se débarrasser des multiples niveaux de traits de fraction : $v_A^2 = \frac{\frac{1}{2}mv_B^2 - mgh}{\frac{1}{2}m}$.

- On multiplie la fraction par $\frac{2}{2}$ ce qui donne :

$$v_A^2 = \frac{2}{2} \times \frac{\frac{1}{2}mv_B^2 - mgh}{\frac{1}{2}m} = \frac{2 \times \left(\frac{1}{2}mv_B^2 - mgh \right)}{2 \times \frac{1}{2}m} = \frac{mv_B^2 - 2 \times mgh}{m}$$

- On remarque que m est présent dans tous les termes du numérateur et aussi au dénominateur : $v_A^2 = \frac{mv_B^2 - 2mgh}{m}$.
 - On factorise par m au numérateur : $v_A^2 = \frac{m(v_B^2 - 2gh)}{m}$
 - On simplifie par m : $v_A^2 = v_B^2 - 2gh$

Simplifier une somme de fractions

? Exemple

Après application des règles d'association de dipôles, on obtient l'expression suivante :

$$\frac{1}{Z_E} = jC\omega + \frac{1}{R + \frac{1}{jC\omega}}$$

Exprimer $\frac{1}{Z_E}$ sous la forme d'une seule fraction simplifiée.

On observe $\frac{1}{Z_E} = jC\omega + \frac{1}{R + \frac{1}{jC\omega}}$

- Deux traits de fractions dans le terme de droite
- Plusieurs fois le même terme ($jC\omega$)

Calcul littéral :

- On commence par se ramener à une seule fraction dans le terme de droite $\frac{1}{R + \frac{1}{jC\omega}}$

Pour cela :

- On ramène les deux termes sous la barre de fraction au même dénominateur : $\frac{1}{R + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{1}{\frac{RjC\omega}{jC\omega} + \frac{1}{jC\omega}}$

- On réalise l'addition : $\frac{1}{R + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{1}{\frac{jRC\omega + 1}{jC\omega}}$

- On applique la règle : "Diviser par une fraction revient à multiplier par son inverse" : $\frac{1}{\frac{jRC\omega + 1}{jC\omega}} = \frac{jC\omega}{jRC\omega + 1}$

- On a donc pour l'expression de départ : $\frac{1}{Z_E} = jC\omega + \frac{jC\omega}{jRC\omega + 1}$

- On somme maintenant les deux termes à droite du signe égal. Pour cela :

- On transforme le terme de gauche en une fraction de même dénominateur que le terme de droite : $\frac{1}{Z_E} = jC\omega \times \frac{jRC\omega + 1}{jRC\omega + 1} + \frac{jC\omega}{jRC\omega + 1}$

- On réalise l'addition : $\frac{1}{Z_E} = \frac{(jRC\omega + 1)jC\omega + jC\omega}{jRC\omega + 1}$

- Au numérateur, on remarque qu'il y a deux fois le terme $jC\omega$

On factorise : $\frac{1}{Z_E} = \frac{(jRC\omega + 1)jC\omega + jC\omega}{jRC\omega + 1} = \frac{((jRC\omega + 1) + 1) \times jC\omega}{jRC\omega + 1} = \frac{(jRC\omega + 2)jC\omega}{jRC\omega + 1}$

Il n'y a plus de simplifications possibles sans faire apparaître de nouveau un trait de fraction supplémentaire.

Pour simplifier une écriture :

 **Méthode**

1. Manipuler les fraction pour n'avoir qu'un **seul trait de fraction**.
2. **Factoriser** tout ce qui peut l'être au numérateur et au dénominateur
3. **Simplifier** par la grandeur factorisée.

 **Attention**

$\frac{a}{a} = 1$ et non zéro !

 **Conseil**

Penser à simplifier une expression dès que possible afin d'éviter d'obtenir des expressions finales trop lourdes à gérer