

Test de rentrée : Harmonisation – Les vecteurs

Calculatrice non autorisée pour ce test - Répondez aux questions dans le temps imparti (environ 30 minutes), passez votre test à votre voisin ou votre voisine qui va le corriger, après la correction, faites le point sur les notions que vous devez revoir.

Question 1 : Vecteurs, équation du premier degré, calculer avec des fractions :

On donne deux points du plan $A(x; \frac{3}{2})$ et $B(\frac{1}{4}; y)$, déterminer x et y tels que $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} \frac{1}{10} \\ -\frac{1}{10} \end{pmatrix}$

Les résultats sont attendus sous forme de fractions irréductibles.

Question 2 : Milieu, résoudre un système d'équations :

On donne $A(a + b; -1)$ et $B(2; ab)$ déterminer a et b tels que O soit le milieu du segment $[AB]$

Question 3 : Norme d'un vecteur :

On donne $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$ déterminer la norme du vecteur $\overrightarrow{AB}$:

Question 4 : Produit scalaire :

Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs orthogonaux tels que $\|\vec{u}\| = 2$ et $\|\vec{v}\| = 3$
Déterminer $(2\vec{u} + 3\vec{v}) \cdot (\vec{u} - 2\vec{v})$

Question 5 : Colinéarité

On donne les vecteurs $\vec{u} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$; $\vec{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ -6 \end{pmatrix}$ et $\vec{w} = \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \end{pmatrix}$.

Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont-ils colinéaires ? et les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{w}$?

Question 6 : Orthogonalité

On donne deux vecteurs $\vec{u} = \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} = \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ sont-ils orthogonaux ?

Question 7 : Déterminant

On donne les points $A(1; 3)$, $B(3; 4)$ et $C(4; 5)$.

Quel est le déterminant des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$?

Question 8 : Gradient : On rappelle que $\overrightarrow{\text{grad}}(f) = \vec{\nabla}f = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} f = \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \\ \frac{\partial f}{\partial z} \end{pmatrix}$

$$\overrightarrow{\text{grad}} f(x, y, z) = \frac{\partial f}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial f}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial f}{\partial z} \vec{k}$$

On rappelle aussi que pour calculer une dérivée partielle par rapport à une variable on considère que toutes les autres sont des constantes et on dérive alors par rapport à la variable qui nous intéresse comme on a l'habitude.

On donne la fonction $f(x, y, z)$ définie par $f(x, y, z) = 2x^2(y - z^3)$

Calculer le gradient de la fonction f .

Question 9 : Divergence

On rappelle que : $\text{div}(\vec{u}) = \vec{\nabla} \cdot \vec{u} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix} = \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z}$ avec $\vec{u} = (u_x, u_y, u_z)$

On rappelle aussi que pour calculer une dérivée partielle par rapport à une variable on considère que toutes les autres sont des constantes et on dérive alors par rapport à la variable qui nous intéresse comme on a l'habitude.

On donne $\vec{u} \begin{pmatrix} 3x - 2z \\ 8x^2 - 9\sqrt{y} + 3yz \\ 7x - 2y^3 \end{pmatrix}$. Déterminer $\text{div}(\vec{u})$.

Question 10 : Rotationnel

On rappelle que

$$\vec{\text{Rot}}(\vec{u}) = \vec{\nabla} \wedge \vec{u} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u_z}{\partial y} - \frac{\partial u_y}{\partial z} \\ \frac{\partial u_x}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial x} \\ \frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y} \end{pmatrix}$$

On rappelle aussi que pour calculer une dérivée partielle par rapport à une variable on considère que toutes les autres sont des constantes et on dérive alors par rapport à la variable qui nous intéresse comme on a l'habitude.

On donne $\vec{u} \begin{pmatrix} 3xy - 5z \\ xz^2 - 2y^3 \\ x + 3e^z \end{pmatrix}$.

Déterminer $\vec{\text{Rot}}(\vec{u})$.