

Test de rentrée : Trigonométrie et fonctions trigonométriques :

Calculatrice non autorisée pour ce test - Répondez aux questions dans le temps imparti (environ 30 minutes), passez votre test à votre voisin ou votre voisine qui va le corriger, après la correction, faites le point sur les notions que vous devez revoir.

Question 1 :

Calculer la mesure principale de $\frac{53\pi}{6}$ et placer le point sur le cercle trigonométrique.

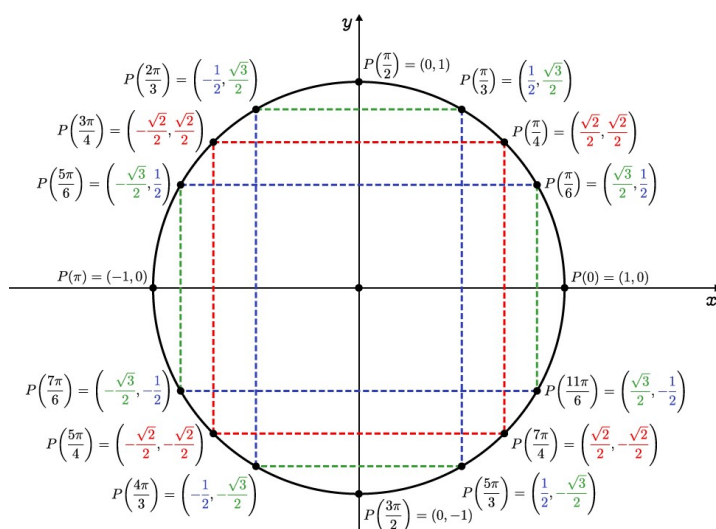
Calculer la valeur exacte de $\cos\left(\frac{53\pi}{6}\right)$.

Calculer la mesure principale de $\frac{35\pi}{6}$ et placer le point sur le cercle trigonométrique.

Calculer la valeur exacte de $\sin\left(\frac{35\pi}{6}\right)$.

Rappel : La mesure principale d'un angle orienté est l'unique mesure qui est comprise dans l'intervalle $]-\pi ; \pi]$.

Rappel du cercle trigonométrique :



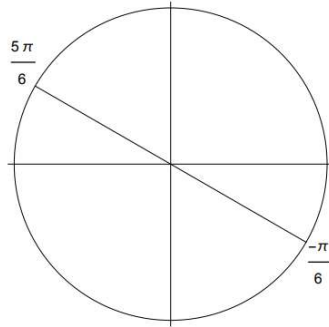
Rappel des propriétés :

$\cos(-a) = \cos a$ $\sin(-a) = -\sin a$ $\tan(-a) = -\tan a$		$\cos(\pi - a) = -\cos a$ $\sin(\pi - a) = \sin a$ $\tan(\pi - a) = -\tan a$	
$\cos\left(\frac{\pi}{2} - a\right) = \sin a$ $\sin\left(\frac{\pi}{2} - a\right) = \cos a$ $\tan\left(\frac{\pi}{2} - a\right) = \frac{1}{\tan a} = \cot a$		$\cos(\pi + a) = -\cos a$ $\sin(\pi + a) = -\sin a$ $\tan(\pi + a) = \tan a$	
$\cos\left(\frac{\pi}{2} + a\right) = -\sin a$ $\sin\left(\frac{\pi}{2} + a\right) = \cos a$ $\tan\left(\frac{\pi}{2} + a\right) = -\frac{1}{\tan a} = -\cot a$			

Solution 1 :

$$\frac{53\pi}{6} = 4 \times 2\pi + \frac{5\pi}{6} \text{ et } \cos\left(\frac{53\pi}{6}\right) = \cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ (on a utilisé } \cos(\pi - a) = -\cos a \text{)}$$

$$\frac{35\pi}{6} = 3 \times 2\pi - \frac{\pi}{6} \text{ et } \sin\left(\frac{35\pi}{6}\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$$



Sur 5 points : 1 point par bonne réponse (graphique 1 point)

Question 2 :

Exprimer $(\tan x)^2$ en fonction de $(\sin x)^2$

Sachant que $\tan x = -\sqrt{3}$ et que $x \in \left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ déterminer la valeur exacte de x

Solution 2 :

$$(\tan x)^2 = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{\sin^2 x}{1 - \sin^2 x} \text{ car on sait que } \cos^2 x + \sin^2 x = 1 \text{ d'où } \cos^2 x = 1 - \sin^2 x$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = -\sqrt{3} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{-1}{2}} = \frac{\sin \frac{2\pi}{3}}{\cos \frac{2\pi}{3}} = \tan \frac{2\pi}{3} \text{ (en observant le cercle trigonométrique donné en rappel) d'où } x = \frac{2\pi}{3}$$

Sur 2 points : 1 point par bonne réponse

Question 3 :

On considère la fonction $f(x) = 2 \cos\left(\frac{3x+\pi}{4}\right)$

Etudier sa parité

Etudier sa périodicité

Représenter graphiquement la fonction f (en graduant les axes et en respectant l'échelle)

Solution 3 :

Pour étudier la parité il faut déterminer $f(-x)$, on a :

$$f(-x) = 2 \cos\left(\frac{-3x+\pi}{4}\right) \text{ on constate que } f(-x) \neq f(x) \text{ et } f(-x) \neq -f(x), \text{ on conclut que cette fonction n'est ni paire ni impaire.}$$

Pour étudier la parité, on sait que la fonction cosinus est périodique de période 2π .

$$\textbf{Méthode 1 :} \text{ On cherche la période } T \text{ tel que } f(x+T) = f(x) \text{ soit } 2 \cos\left(\frac{3(x+T)+\pi}{4}\right) = 2 \cos\left(\frac{3x+\pi}{4}\right)$$

$$\cos\left(\frac{3x + \pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{3x + \pi}{4} + 2\pi\right)$$

$$\cos\left(\frac{3}{4}x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{3}{4}x + \frac{\pi}{4} + 2\pi\right)$$

$$\cos\left(\frac{3}{4}x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{3}{4}\left(x + \frac{8\pi}{3}\right) + \frac{\pi}{4}\right)$$

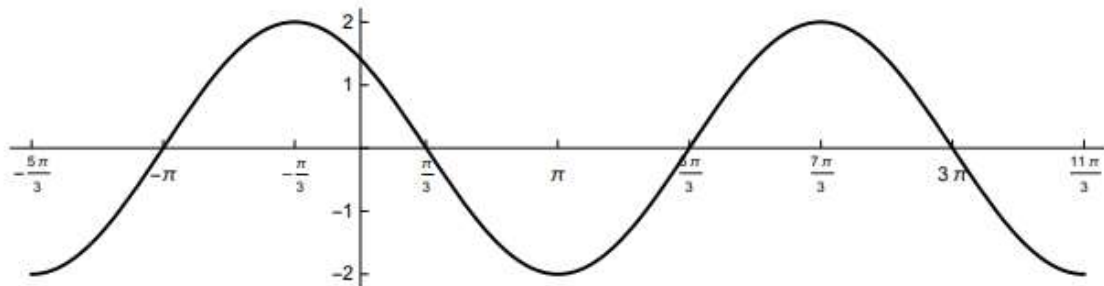
La période est $\frac{8\pi}{3}$.

Méthode 2 : on dresse un tableau de valeurs de la fonction pour établir la période :

x	$-\frac{5\pi}{3}$	$-\pi$	$-\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{3}$	π
$\alpha = \frac{3x + \pi}{4}$	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π
$\cos(\alpha)$	-1	0	1	0	-1
$2\cos(\alpha)$	-2	0	2	0	-2

D'après le tableau de valeurs la période est $T = \pi - \left(-\frac{5\pi}{3}\right) = \frac{8\pi}{3}$

Représentation graphique :



Sur 3 points : 1 point par bonne réponse