

Test de rentrée Dérivées - Dérivées partielles :

Question 1 :

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{x^3 - 3x^2}{3}$. Que vaut $f'(x)$?

- ☐ $f'(x) = \frac{3x^2 - 6x}{9}$
- ☐ $f'(x) = x^2 - 2x$
- ☐ $f'(x) = \frac{x^2 - 2x}{3}$

Solution 1 :

Solution

- ☐ $f'(x) = \frac{3x^2 - 6x}{9}$
- ☒ $f'(x) = x^2 - 2x$
- ☐ $f'(x) = \frac{x^2 - 2x}{3}$

$$f'(x) = \frac{3x^2 - 6x}{3} = \frac{3(x^2 - 2x)}{3} = x^2 - 2x$$

Question 2 :

f est la fonction définie sur $I =]1; +\infty[$ par $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$. Calculer f' et en déduire si :

- ☐ f est strictement croissante sur I
- ☐ f est strictement décroissante sur I
- ☐ f n'est pas monotone sur I

Solution 2 :

Solution

- ☐ f est strictement croissante sur I
- ☒ f est strictement décroissante sur I
- ☐ f n'est pas monotone sur I

$$f'(x) = \frac{-2}{(x-1)^2} < 0$$

Question 3 :

C_f est la courbe représentative de fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 + x + 1$. L'équation de la tangente à C_f au point d'abscisse 0 est :

- ☐ $y = 0$
- ☐ $y = x + 1$
- ☐ $y = 3x^2 + 1$

Solution 3 :

Solution

- ☐ $y = 0$
- ☒ $y = x + 1$
- ☐ $y = 3x^2 + 1$

$$f'(x) = 3x^2 + 1 \text{ donc } f'(0) = 1$$

L'équation de la tangente est

$$y = f'(0)(x - 0) + f(0) \text{ ce qui donne ici :}$$

$$y = x + 1$$

Question 4 :

On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

- Parmi les fonctions suivantes, laquelle est la dérivée de f ?

Réponses proposées:

- ☐ $f'(x) = \sqrt{x}$
- ☐ $f'(x) = \frac{1}{2(\sqrt{x})^3} = \frac{1}{2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}}$
- ☐ $f'(x) = -\frac{1}{4 \cdot x \cdot \sqrt{x}}$

Solution 4 :

Il fallait répondre :

- ☐ $f'(x) = \sqrt{x}$
- ☐ $f'(x) = \frac{1}{2(\sqrt{x})^3} = \frac{1}{2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}}$
- ☒ $f'(x) = -\frac{1}{4 \cdot x \cdot \sqrt{x}}$

Question 5 :

- Parmi les fonctions suivantes, laquelle est la dérivée de la fonction f définie par :

$$f(x) = (3x^4 - 2)^7$$

Réponses proposées:

- ☐ $f'(x) = 7 \cdot (3x^4 - 2)^6$
- ☐ $f'(x) = 84 \cdot x^3 \cdot (3x^4 - 2)^6$
- ☐ $f'(x) = 84 \cdot x^4 \cdot (3x^4 - 2)^6$

Solution 5 :

Il fallait répondre :

- ☐ $f'(x) = 7 \cdot (3x^4 - 2)^6$
- ☒ $f'(x) = 84 \cdot x^3 \cdot (3x^4 - 2)^6$
- ☐ $f'(x) = 84 \cdot x^4 \cdot (3x^4 - 2)^6$

Question 6 :

Calculer les dérivées partielles premières des fonctions :

$$z_1(x, y) = x^y$$

Solution 6 :

Quand $y = cste$, z_1 est de la forme d'une fonction puissance x^n , et si $x = cste$, z_1 est une fonction exponentielle $a^y = e^{y \ln a}$ avec $a > 0$, d'où :

$$\frac{\delta z_1}{\delta x} = yx^{y-1} \quad (2 \text{ points})$$

et

$$\frac{\delta z_1}{\delta y} = e^{y \ln x} \ln x$$

$$\frac{\delta z_1}{\delta y} = x^y \ln x \quad (2 \text{ points})$$