

Test de rentrée : Les Intégrales : Exercices du chapitre :

Exercice 1 :

Calculer les intégrales suivantes :

$$A = \int_1^4 \frac{3}{x^2} dx$$

$$B = \int_2^5 3x^2 + 4x - 5 dx$$

$$C = \int_{-1}^1 e^{-2x} dx$$

Exercice 2 :

Calculer une intégrale en appliquant la linéarité

On pose : $A = \int_0^{2\pi} \cos^2 x dx$ et $B = \int_0^{2\pi} \sin^2 x dx$

a) Calculer $A + B$ et $A - B$.

On donne : $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$ et $\cos^2(x) - \sin^2(x) = \cos(2x)$

b) En déduire A et B .

Exercice 3 :

Encadrer une intégrale

a) Démontrer que pour tout x de $[0 ; 1]$, on a : $0 \leq e^{x^2} \leq e^x$.

b) En déduire que : $0 \leq \int_0^1 e^{x^2} dx \leq e - 1$.

Exercice 4 :

Calculer une intégrale en intégrant par parties

Calculer les intégrales suivantes :

$$A = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx$$

$$B = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 \cos x dx$$

$$C = \int_1^{e^2} \ln x dx$$

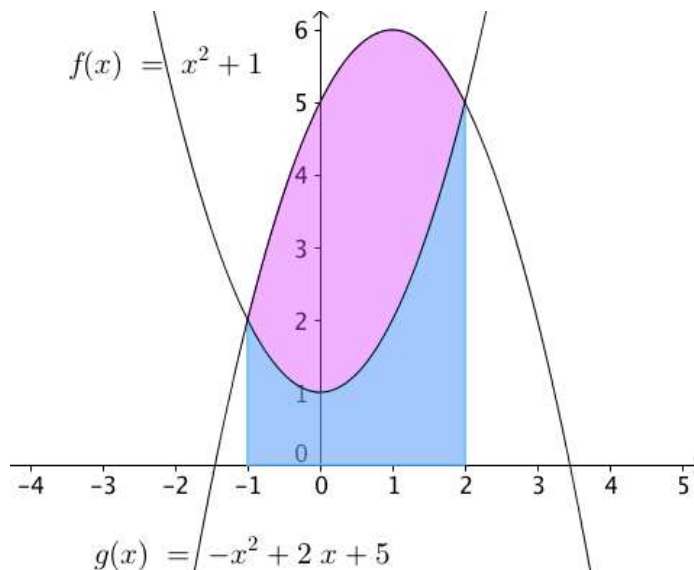
Exercice 5 :

Calculer l'aire délimitée par les courbes de deux fonctions continues et positives On

considère les fonctions f et g définies par $f(x) = x^2 + 1$ et $g(x) = -x^2 + 2x + 5$.

On admet que pour tout x de $[-1 ; 2]$, on a $f(x) \leq g(x)$.

Déterminer l'aire délimitée par les courbes représentatives de f et de g sur l'intervalle $[-1 ; 2]$.



Exercice 6 :

Calculer une valeur moyenne d'une fonction

On modélise, à l'aide d'une fonction, le nombre de malades lors d'une épidémie.

Au x -ième jour après le signalement des premiers cas, le nombre de malades est égale à

$$f(x) = 16x^2 - x^3.$$

Déterminer le nombre moyen de malades chaque jour sur une période de 16 jours.

Exercice 7 :

Étudier une suite d'intégrales

On considère la suite d'intégrales (I_n) définie pour tout entier n , par :

$$I_n = \int_1^e x (\ln x)^n dx$$

a) Calculer I_0 .

b) A l'aide d'une intégration par parties, démontrer que : $I_{n+1} = \frac{e^2}{2} - \frac{n+1}{2} I_n$