

QCM : Harmonisation :

Une feuille A4 recto manuscrite autorisée, pas de calculatrice.

Il peut y avoir plusieurs bonnes réponses à la question.

Colinéarité, alignement :

Question n°1 :

Soient trois points $A(0; -2)$, $B(1; -1)$; et $C(5; y)$, les points A , B et C sont alignés si :

$$\square y = -\frac{17}{5} \quad \square y = \frac{17}{5} \quad \square y = -7 \quad \square y = 3$$

Solution 1 : $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 5 \\ y+2 \end{pmatrix}$, les points sont alignés si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires, on calcule le déterminant ou s'il existe un nombre réel k tel que $\overrightarrow{AC} = k\overrightarrow{AB}$

$$\begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 1 & y+2 \end{vmatrix} = 0 \text{ il vient } y+2-5=0 \text{ d'où } y = 3$$

$$\overrightarrow{AC} = k\overrightarrow{AB} \text{ avec } k = 5 \text{ d'où } y = 3$$

On pouvait aussi raisonner avec le coefficient directeur de la droite : $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A}$

$$\frac{-1+2}{1-0} = \frac{y+2}{5-0} \text{ d'où } y = 3$$

Question n°1 bis (sujet 2):

Les vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix}$ sont colinéaires si :

$$\square x = 2 \quad \square x = \frac{1}{2} \quad \square x = 1 \quad \square x = 4$$

Solution 1 bis :

Les vecteurs sont colinéaires si le déterminant est nul $\begin{vmatrix} 1 & x \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 1 - 2x = 0$ d'où $x = \frac{1}{2}$

Ou les vecteurs sont colinéaires s'il existe un nombre réel k tel que : $\vec{u} = k\vec{v}$

avec $k = 2$; car $y_{\vec{u}} = 2 y_{\vec{v}}$ d'où $x_{\vec{u}} = 2 x_{\vec{v}}$ comme $x_{\vec{u}} = 1$ il vient $x_{\vec{v}} = \frac{1}{2}$

Produit scalaire :

Question n° 2 : Dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, soient deux vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 6 \\ -4 \end{pmatrix}$, alors ...

$$\square \vec{u} \cdot \vec{v} = -26 \quad \square \vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \quad \square \vec{u} \cdot \vec{v} = 24 \quad \square \vec{u} \cdot \vec{v} = -24$$

Solution 2 : rappel : $\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy'$.

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 2 \times 6 + 3 \times (-4) = 12 - 12 = 0$$

Question n° 2 bis :

On considère quatre points $A(2; 3)$; $B(5; 7)$; $C(-8; 10)$ et $D(0; 4)$ dans un repère orthonormé du plan, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = ?$

$$\square \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = -48$$

$$\square \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = -50$$

$$\square \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 14$$

$$\square \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$$

Solution 2 bis : rappel : $\vec{u} \cdot \vec{v} = xx' + yy'$.

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} 8 \\ -6 \end{pmatrix} \text{ il vient } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 3 \times 8 + 4 \times (-6) = 24 - 24 = 0$$

Milieu d'un segment :

Question 3 : Dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, les points M et N vérifient $\overrightarrow{OM} = -2\vec{i} + 3\vec{j}$ et $\overrightarrow{ON} = \vec{i} - \frac{3}{2}\vec{j}$. Les coordonnées du milieu du segment $[MN]$ sont :

$$\square \left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right)$$

$$\square \left(\frac{3}{2}; -\frac{9}{4}\right)$$

$$\square \left(-\frac{3}{2}; \frac{9}{4}\right)$$

$$\square \left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{4}\right)$$

Solution 3 : L'énoncé nous donne $M(-2; 3)$ et $N\left(1; -\frac{3}{2}\right)$

Rappel : Le milieu du segment $[MN]$ a pour coordonnées $\left(\frac{x_M + x_N}{2}; \frac{y_M + y_N}{2}\right)$ il vient :

$$x = \frac{-2+1}{2} = -\frac{1}{2} \text{ et } y = \frac{3-\frac{3}{2}}{2} = \frac{3}{4}$$

Question 3 bis : Si le point I est le milieu du segment $[AB]$, alors pour tout point M du plan, on a :

$$\square 2\overrightarrow{MI} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}$$

$$\square \overrightarrow{MI} = \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AM}$$

$$\square \overrightarrow{MI} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}$$

$$\square \overrightarrow{MI} = \overrightarrow{BI} + \overrightarrow{BM}$$

Solution 3 bis : si I est le milieu de $[AB]$ on a $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AI}$

$$\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB} = 2(\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MI})$$

$$2\overrightarrow{MI} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{AM}$$

$$2\overrightarrow{MI} = \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{AM}$$

$$2\overrightarrow{MI} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MA}$$

Somme de deux vecteurs :

Question 4 : Dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on donne les points $A(\sqrt{2}; -\sqrt{3})$; $B\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{6}\right)$ et $C(-2; -\sqrt{3})$, les coordonnées de $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ sont :

$$\square \begin{pmatrix} -2\sqrt{2} - \frac{5}{3} \\ \sqrt{3} + \frac{1}{6} \end{pmatrix}$$

$$\square \begin{pmatrix} 2\sqrt{2} + \frac{5}{3} \\ -\sqrt{3} - \frac{1}{6} \end{pmatrix}$$

$$\square \begin{pmatrix} -2\sqrt{2} - \frac{5}{3} \\ -\sqrt{3} - \frac{1}{6} \end{pmatrix}$$

$$\square \begin{pmatrix} 2\sqrt{2} - \frac{5}{3} \\ \sqrt{3} - \frac{1}{6} \end{pmatrix}$$

Solution 4 : $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} \frac{1}{3} - \sqrt{2} \\ \frac{1}{6} + \sqrt{3} \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -2 - \sqrt{2} \\ -\sqrt{3} + \sqrt{3} \end{pmatrix}$ d'où les coordonnées de $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ sont $\begin{pmatrix} -2\sqrt{2} - \frac{5}{3} \\ \sqrt{3} + \frac{1}{6} \end{pmatrix}$

Question 4 bis : Dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on donne les points $A(-\sqrt{2}; -\sqrt{3})$; $B\left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{6}\right)$ et $C(-2; \sqrt{3})$, les coordonnées de $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ sont :

$$\square \begin{pmatrix} -2\sqrt{2} - \frac{5}{3} \\ 3\sqrt{3} + \frac{1}{6} \end{pmatrix}$$

$$\square \begin{pmatrix} 2\sqrt{2} + \frac{5}{3} \\ -3\sqrt{3} - \frac{1}{6} \end{pmatrix}$$

$$\square \begin{pmatrix} -2\sqrt{2} - \frac{5}{3} \\ -3\sqrt{3} - \frac{1}{6} \end{pmatrix}$$

$$\square \begin{pmatrix} 2\sqrt{2} - \frac{5}{3} \\ 3\sqrt{3} - \frac{1}{6} \end{pmatrix}$$

Solution 4 bis : $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} \frac{1}{3} + \sqrt{2} \\ -\frac{1}{6} + \sqrt{3} \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -2 + \sqrt{2} \\ 2\sqrt{3} \end{pmatrix}$ d'où les coordonnées de $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ sont

$$\begin{pmatrix} 2\sqrt{2} - \frac{5}{3} \\ 3\sqrt{3} - \frac{1}{6} \end{pmatrix}$$

Norme d'un vecteur :

Question 5 : Que vaut la norme du vecteur $\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix}$?

- ☐ 0 ☐ 2 ☐ $2\sqrt{3}$ ☐ $5\sqrt{2}$

Solution 5 : Rappel $\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{3^2 + 4^2 + (-5)^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

Question 5 bis: Que vaut la norme du vecteur $\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix}$?

- ☐ 0 ☐ 7 ☐ $\sqrt{11}$ ☐ $5\sqrt{2}$

Solution 5 bis: Rappel $\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{(-2)^2 + 3^2 + (-6)^2} = \sqrt{49} = 7$$

Calculs :

Question 6 : Quels calculs sont vrais ?

- ☐ $\ln(2) + \ln\left(\frac{1}{2}\right) - \ln(e^{-2}) = 2$
- ☐ $\ln(3^2) + \ln(3) - \ln(\sqrt{3}) = 2\ln(3)$
- ☐ $\frac{\ln(e^{-2})}{\ln(e^{-1})} - \ln(2e) = 1 - \ln(2)$
- ☐ $\ln(125) - \ln(81) - \ln\left(\frac{3}{5}\right) + 2\ln(\sqrt{243}) = 4\ln(5) - \ln(3)$
- [on donne $125 = 5^3$; $81 = 3^4$ et $243 = 3^5$]
- ☐ $\ln\left([\sqrt{2} - 1]^{142}\right) + \ln\left([\sqrt{2} + 1]^{142}\right) = 0$

Solution 6 :

$$\ln(2) + \ln\left(\frac{1}{2}\right) - \ln(e^{-2}) = \ln(2) - \ln(2) - (-2\ln(e)) = 2 \text{ Vrai}$$

$$\ln(3^2) + \ln(3) - \ln(\sqrt{3}) = 2\ln(3) + \ln(3) - \frac{1}{2}\ln(3) = \frac{5}{2}\ln(3) \text{ Faux}$$

$$\frac{\ln(e^{-2})}{\ln(e^{-1})} - \ln(2e) = \frac{-2 \ln(e)}{-1 \ln(e)} - \ln(2) - \ln(e) = 2 - \ln(2) - 1 = 1 - \ln(2) \text{ Vrai}$$

$$\begin{aligned} \ln(125) - \ln(81) - \ln\left(\frac{3}{5}\right) + 2 \ln(\sqrt{243}) &= \ln(5 \times 5 \times 5) - \ln(3 \times 3 \times 3 \times 3) - \ln(3) + \\ \ln(5) + 2 \times \frac{1}{2} \ln(3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3) &= 3 \ln(5) - 4 \ln(3) - \ln(3) + \ln(5) + 5 \ln(3) = \\ 4 \ln(5) \text{ Faux} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ln\left([\sqrt{2}-1]^{142}\right) + \ln\left([\sqrt{2}+1]^{142}\right) &= 142 \ln(\sqrt{2}-1) + 142 \ln(\sqrt{2}+1) = \\ 142[\ln[(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)]] &= 142 \ln(2-1) = 0 \text{ Vrai} \end{aligned}$$

Question 6 bis : Quels calculs sont vrais ?

$$\square e^{\ln(2)} \cdot e^{\ln(5)} = 7$$

$$\square e^{-\ln(3)} = 3$$

$$\square e^{\frac{1}{2} \ln(8)} = 2\sqrt{2}$$

$$\square e^{-3 \ln\left(\frac{1}{2}\right)} = 8$$

$$\square \frac{e^{2+\ln(32)}}{e^{3+\ln(8)}} = 4e$$

Solution 6 bis :

$$e^{\ln(2)} \cdot e^{\ln(5)} = 2 \times 5 = 10 \text{ Faux}$$

$$e^{-\ln(3)} = \frac{1}{e^{\ln(3)}} = \frac{1}{3} \text{ Faux}$$

$$e^{\frac{1}{2} \ln(8)} = e^{\ln(\sqrt{8})} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \text{ Vrai}$$

$$e^{-3 \ln\left(\frac{1}{2}\right)} = e^{-3 \times (-\ln(2))} = e^{3 \ln(2)} = e^{\ln(2^3)} = 2^3 = 8 \text{ vrai}$$

$$\frac{e^{2+\ln(32)}}{e^{3+\ln(8)}} = \frac{e^2 e^{\ln(32)}}{e^3 e^{\ln(8)}} = \frac{32e^2}{8e^3} = \frac{4}{e} \text{ Faux}$$

Dérivées + trigonométrie

Question 7 : On considère la fonction f définie par $f(x) = \sin^2(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}$, alors $f'(x) = ?$

$$\square \cos^2(x)$$

$$\square 2\sin(x)$$

$$\square \sin(2x)$$

$$\square -2\cos(x)\sin(x)$$

$$\square 2\cos(x)\sin(x)$$

Solution 7 : rappel : $(u^n)' = nu'u^{n-1}$

Ou comme un produit avec $\sin^2(x) = \sin(x) \sin(x)$ (rappel $(uv)' = u'v + v'u$)

$$\text{Il vient } f'(x) = 2 \cos(x) \sin(x) = \sin(2x)$$

Question 7 bis : On considère la fonction f définie par $f(x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \times \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ pour tout x de $\mathbb{R}$, alors $f'(x) = ?$

☐ $f'(x) = -\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \times \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \times \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$

☐ $f'(x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \times \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \times \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$

☐ $f'(x) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{12}\right)$

☐ $f'(x) = \cos\left(2x - \frac{\pi}{12}\right)$

Solution 7 bis : on dérive comme un produit, il vient :

$f'(x) = -\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \times \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \times \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ et on sait que

$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$ il vient :

$f'(x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{3} + x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(2x + \frac{\pi}{12}\right)$

Question 8 : La fonction f est définie par $f(x) = 12x^3 - 9x + 7$. Parmi les fonctions suivantes, de quelle fonction est-elle la dérivée ?

☐ $4x^4 - \frac{9}{2}x^2 + 7x - 2$

☐ $12x^4 - 9x^2 + 7x - 2$

☐ $3x^4 - \frac{9}{2}x^2 + 7x - 2$

☐ $3x^4 - \frac{9}{2}x^2 + 7x - 50$

Solution 8 : Si on dérive la première, on a $16x^3 - 9x + 7$ faux

Pour la 2^{ème} : $48x^3 - 18x + 7$ Faux

Pour la 3^{ème} : $12x^3 - 9x + 7$ Vraie

Pour la 4^{ème} : $12x^3 - 9x + 7$ Vraie

Question 8 bis : La fonction f est définie par $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$. Parmi les fonctions suivantes, de quelle fonction est-elle la dérivée ?

☐ $\sqrt{x^2 + 1}$

☐ $x\sqrt{x^2 + 1}$

☐ $x^2\sqrt{x^2 + 1}$

☐ $\frac{1}{(x^2+1)^{\frac{3}{2}}}$

Solution 8 bis :

Si on dérive la première, on a $\frac{2x}{2\sqrt{x^2+1}} = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ Vraie

Pour la 2^{ième} : $\sqrt{x^2 + 1} + \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + 1}} = \frac{2x^2 + 1}{\sqrt{x^2 + 1}}$ faux

Pour la 3^{ième} : $2x\sqrt{x^2 + 1} + \frac{x^3}{\sqrt{x^2 + 1}} = \frac{x(3x^2 + 2)}{\sqrt{x^2 + 1}}$ faux

Pour la 4^{ième} : $-\frac{3}{2} \times 2x \times (x^2 + 1)^{-\frac{5}{2}} = -\frac{3x}{(x^2 + 1)^{\frac{5}{2}}}$ faux

Nombres complexes :

Question 9 : Soit le nombre complexe $z = 2 + i(3 - 7i)$

- ☐ La partie réelle de z est 2
- ☐ z a pour image le point $M(9 ; 3)$
- ☐ La partie imaginaire de z est 3
- ☐ Le conjugué de z est $\bar{z} = 2 - i(3 - 7i)$
- ☐ Le module de z est $|z| = \sqrt{10}$

Solution 9 : Il faut développer $z = 2 + 3i + 7 = 9 + 3i$

La partie réelle de z est 9 Faux

z a pour image le point $M(9 ; 3)$ Vraie

La partie imaginaire de z est 3 Vraie

Le conjugué de z est $\bar{z} = 9 - 3i$ et pour la réponse proposée $2 - i(3 - 7i) = 2 - 3i - 7 = -5 - 3i$ Faux

Le module de z est $|z| = \sqrt{9^2 + 3^2} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$ faux

Question 9 bis : Soit le nombre complexe $z = -3 \left(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \right)$

- ☐ $\arg(z) = \frac{\pi}{6} \pmod{2\pi}$
- ☐ $|z| = 3$
- ☐ Une forme trigonométrique de $-z$ est $-z = 3 \left(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \right)$
- ☐ $z = 3 \left(\cos\left(\frac{7\pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{7\pi}{6}\right) \right)$
- ☐ $\frac{1}{z} = \frac{1}{3} \left(\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{5\pi}{6}\right) \right)$

Solution 9 bis :

On peut écrire $z = -3 \left(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \right) = 3 \left(-\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i \left(-\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \right) \right)$

On sait que $\cos(\pi + x) = -\cos(x)$ et que $\sin(\pi + x) = -\sin(x)$

Il vient : $z = 3 \left(\cos\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) + i \sin\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) \right) = 3 \left(\cos\left(\frac{7\pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{7\pi}{6}\right) \right)$

$$\arg(z) = \frac{7\pi}{6} \text{ Faux}$$

$$|z| = 3 \text{ vraie}$$

$$\text{Une forme trigonométrique de } -z \text{ est } = 3 \left(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \right) = 3 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + i \frac{1}{2} \right) \text{ vraie}$$

$$z = 3 \left(\cos\left(\frac{7\pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{7\pi}{6}\right) \right) = 3 \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - i \frac{1}{2} \right) = -3 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + i \frac{1}{2} \right) \text{ vraie}$$

$$\text{On sait que } \left| \frac{1}{z} \right| = \frac{1}{|z|} \quad \text{et } \arg\left(\frac{1}{z}\right) = -\arg(z)$$

$$\text{Il vient } \frac{1}{z} = \frac{1}{3} \left(\cos\left(\frac{-7\pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{-7\pi}{6}\right) \right) = \frac{1}{3} \left(\cos\left(\frac{-7\pi}{6} + 2\pi\right) + i \sin\left(\frac{-7\pi}{6} + 2\pi\right) \right)$$

$$\frac{1}{z} = \frac{1}{3} \left(\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{5\pi}{6}\right) \right) \text{ vraie}$$

Question 10 : on donne $f(x, y) = xy + xe^{\frac{y}{x}}$

$$\square \frac{\partial f}{\partial x} = y + e^{\frac{y}{x}} - \frac{y}{x} e^{\frac{y}{x}}$$

$$\square \frac{\partial f}{\partial x} = y + e^{\frac{y}{x}}$$

$$\square \frac{\partial f}{\partial y} = x + e^{\frac{y}{x}}$$

$$\square \frac{\partial f}{\partial y} = x + e^{\frac{y}{x}} - \frac{y}{x} e^{\frac{y}{x}}$$

$$\square x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} = xy + f$$

Solution 10 :

$f(x, y) = xy + xe^{\frac{y}{x}}$ on dérive par rapport à la variable x , il vient :

$$\frac{\partial f}{\partial x} = y + e^{\frac{y}{x}} - \frac{yx}{x^2} e^{\frac{y}{x}} = y + e^{\frac{y}{x}} - \frac{y}{x} e^{\frac{y}{x}} \text{ vraie}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = y + e^{\frac{y}{x}} \text{ faux}$$

on dérive par rapport à la variable y , il vient :

$$\frac{\partial f}{\partial y} = x + \frac{x}{x} e^{\frac{y}{x}} = x + e^{\frac{y}{x}} \text{ vraie}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = x + e^{\frac{y}{x}} - \frac{y}{x} e^{\frac{y}{x}} \text{ faux}$$

$$x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} = x \left(y + e^{\frac{y}{x}} - \frac{y}{x} e^{\frac{y}{x}} \right) + y \left(x + e^{\frac{y}{x}} \right) = xy + xe^{\frac{y}{x}} - ye^{\frac{y}{x}} + xy + ye^{\frac{y}{x}} = xy + (xy + xe^{\frac{y}{x}})$$

$$x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} = xy + f(x, y) \text{ vraie}$$