

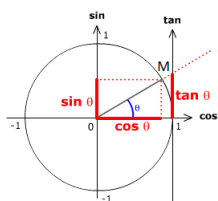
Trigonométrie

À première vue, on peut croire qu'il y a beaucoup de formules à apprendre en trigonométrie. Ce n'est pas forcément vrai, car beaucoup peuvent se retrouver facilement, en particulier avec l'aide d'un petit dessin sur votre brouillon.

1. Définitions :

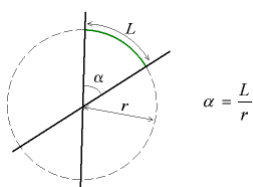
Dans un triangle rectangle, pour chaque angle non-droit on définit le côté adjacent à l'angle et le côté opposé. On a alors les relations suivantes (SOHCAHTOA) :

$$\text{Sinus} = \frac{\text{Opposé}}{\text{Hypothénuse}}, \quad \text{Cosinus} = \frac{\text{Adjacent}}{\text{Hypothénuse}}, \quad \text{Tangente} = \frac{\text{Opposé}}{\text{Adjacent}} = \frac{\text{Sinus}}{\text{Cosinus}}$$

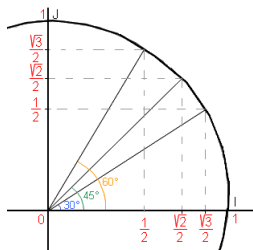


Dans le cercle trigonométrique de centre O et de rayon 1, notons M le point du cercle tel que $(\vec{OA}, \vec{OM}) = \theta$. On retrouve que $\cos(\theta)$ est l'abscisse du point M et $\sin(\theta)$ son ordonnée.

2. Angles remarquables :



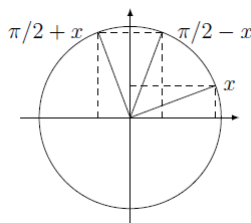
Définition du radian : Considérons un secteur angulaire, formé de deux droites sécantes distinctes, et un cercle de rayon r et de centre le point d'intersection des droites. Alors, la valeur de l'angle en radians (rad) est le rapport entre la longueur L de l'arc de cercle intercepté par les droites et le rayon r : $\alpha = \frac{L}{r}$. **L'angle correspondant à un tour est donc 2π radians.**



Il faut savoir placer sur le cercle trigonométrique les angles suivants pour retrouver rapidement leur sinus et cosinus :

Angle en radian	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
Valeur en degré	0	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
sinus	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
cosinus	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1

Les relations ci-dessous **ne sont pas à apprendre**, elles doivent être retrouvées rapidement à l'aide du cercle trigonométrique :



Par exemple la figure ci contre permet de retrouver :

$$\begin{aligned} \cos(\pi/2 - x) &= \sin(x) & \sin(\pi/2 - x) &= \cos(x) \\ \cos(\pi/2 + x) &= -\sin(x) & \sin(\pi/2 + x) &= \cos(x) \end{aligned}$$

De la même manière un dessin permet de retrouver :

$$\begin{aligned} \cos(-x) &= \cos(x) & \cos(\pi - x) &= -\cos(x) & \cos(\pi + x) &= -\cos(x) \\ \sin(-x) &= -\sin(x) & \sin(\pi - x) &= \sin(x) & \sin(\pi + x) &= -\sin(x) \end{aligned}$$

1. Formules de trigonométrie :

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

$$\begin{aligned} \cos(a+b) &= \cos a \cos b - \sin a \sin b & \text{et} & & \sin(a+b) &= \sin a \cos b + \sin b \cos a \\ \cos(a-b) &= \cos a \cos b + \sin a \sin b & \text{et} & & \sin(a-b) &= \sin a \cos b - \sin b \cos a \\ \cos 2a &= \cos^2 a - \sin^2 a = 2 \cos^2 a - 1 = 1 - 2 \sin^2 a & \text{et} & & \sin(2a) &= 2 \sin a \cos a \quad (\text{prendre } b = a) \\ \cos^2 a &= \frac{1 + \cos 2a}{2} & \text{et} & & \sin^2 a &= \frac{1 - \cos 2a}{2} \quad (\text{se retrouvent à partir de } \cos(2a)) \end{aligned}$$