

Équations

Résoudre une équation veut dire trouver les valeurs d'une (ou plusieurs) inconnue(s) vérifiant cette équation. En maths, l'inconnue s'appellera généralement x (ou parfois, soyons fous, y). En physique, la première difficulté sera d'identifier les grandeurs connues et inconnues.

Dans cette fiche l'inconnue sera notée $\heartsuit$ (ou $\diamondsuit$) et a, b, c, d, e, f seront supposés connus ($\in \mathbb{R}$).

1. Principe général de résolution :

- Si on a des fractions, il faut commencer par les mettre au même dénominateur (noter la condition de non annulation de ce dénominateur) puis écrire l'égalité sur les numérateurs
- Ensuite on regroupe les termes en $\heartsuit^2, \heartsuit^1, \heartsuit^0$ (= les termes connus). Si le degré est supérieur à 2 (présence de termes en $\heartsuit^p$ avec $p > 2$) on doit chercher une racine 'évidente' A puis factoriser par $\heartsuit - A$.
- Exemple : $\frac{a - \heartsuit}{\heartsuit} = \frac{\heartsuit - b}{c\heartsuit - 1} \Leftrightarrow \frac{(a - \heartsuit)(c\heartsuit - 1) - \heartsuit(\heartsuit - b)}{\heartsuit(c\heartsuit - 1)} = 0$

$$\Leftrightarrow \heartsuit \neq 0 \text{ et } \heartsuit \neq 1/c \text{ et } -(1 + c)\heartsuit^2 + (b + 1)\heartsuit - a = 0$$
- A la fin, vérifier son résultat en remplaçant dans l'équation initiale!

2. Équation du premier degré :

- Uniquement des termes en $\heartsuit^1$ et $\heartsuit^0$
- Exemple : $a\heartsuit + b = 0 \Leftrightarrow \heartsuit = -b/a$

3. Équation du deuxième degré :

- Uniquement des termes en $\heartsuit^2, \heartsuit^1$ et $\heartsuit^0$
- Exemple : $a\heartsuit^2 + b\heartsuit + c = 0$. On calcule le discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$
 - Si $\Delta > 0$ il y a 2 racines réelles : $\heartsuit = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ ou $\heartsuit = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$
 - Si $\Delta = 0$ il y a 1 racine réelle : $\heartsuit = \frac{-b}{2a}$
 - Si $\Delta < 0$ il n'y a pas de racine réelle, mais 2 racines complexes : $\heartsuit = \frac{-b + i\sqrt{|\Delta|}}{2a}$ ou $\heartsuit = \frac{-b - i\sqrt{|\Delta|}}{2a}$
- Si on n'a pas de terme en $\heartsuit^1$, exemple : $\heartsuit^2 + d = 0$, il est bien sur inutile de calculer un discriminant :
 - Si $d < 0$ alors $\heartsuit = \sqrt{-d}$ ou $\heartsuit = -\sqrt{-d}$
 - Si $d > 0$ alors $\heartsuit = i\sqrt{d}$ ou $\heartsuit = -i\sqrt{d}$

4. Système de 2 équations à 2 inconnues :

Exemple :
$$\begin{cases} a\diamondsuit + b\heartsuit = c & (1) \\ d\diamondsuit + e\heartsuit = f & (2) \end{cases} \quad \text{Il existe deux méthodes :}$$

- La substitution (à privilégier uniquement si a ou b ou d ou e est égal à 0 ou 1) : on exprime par exemple $\diamondsuit = \frac{c - b\heartsuit}{a}$ grâce à (1) et on remplace dans (2).
- La combinaison linéaire (dans le cas général) : pour trouver $\heartsuit$ on multiplie par exemple (1) par $-d$ et (2) par a puis on somme. On obtient alors directement $\heartsuit = \frac{af - dc}{ae - db}$