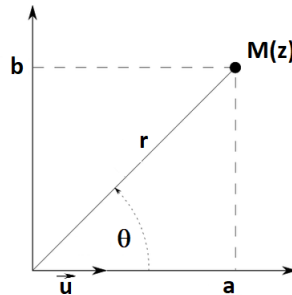


Complexes

On note ici $i^2 = -1$, mais en physique ce complexe sera noté j



1. Forme algébrique : $z = a + ib$ avec a et b réels

- Partie réelle et partie imaginaire
 - On appelle $a = \text{Re}(z)$ la partie réelle de z , et $b = \text{Im}(z)$ la partie imaginaire de z
- Interprétation géométrique
 - A chaque complexe $z = a + ib$ on peut associer un point M du plan tel que a soit l'abscisse de M et b son ordonnée. On dit que z est l'affixe de M .
 - Au vecteur $\overrightarrow{MM'}$ on peut donc associer le complexe $Z = z' - z$ (Z s'appelle l'affixe de $\overrightarrow{MM'}$)
- Règles de calcul avec la forme algébrique ($z = a + ib$ et $z' = a' + ib'$)
 - $\text{Re}(z + z') = a + a' = \text{Re}(z) + \text{Re}(z')$ et $\text{Im}(z + z') = b + b' = \text{Im}(z) + \text{Im}(z')$
 - $\text{Re}(z \times z') = aa' - bb' \neq \text{Re}(z) \times \text{Re}(z')$ et $\text{Im}(z \times z') = ba' + ab' \neq \text{Im}(z) \times \text{Im}(z')$
 - **La forme algébrique est donc à privilégier en cas de somme** (ou de différence) de complexes.
- Conjugué

Si $z = a + ib$ est l'affixe du point M , alors $a - ib$ est l'affixe du point symétrique de M par rapport à l'axe des abscisses. On appelle $\bar{z} = a - ib$ le conjugué de z . On a donc $\text{Re}(z) = \frac{1}{2}(z + \bar{z})$ et $\text{Im}(z) = \frac{1}{2i}(z - \bar{z})$

2. Forme exponentielle : $z = r e^{i\theta} = r(\cos(\theta) + i \sin(\theta))$

- Module et argument
 - On appelle $r = |z| > 0$ le module de z et $\theta = \text{Arg}(z)$ (modulo 2π) l'argument de $z \neq 0$
- Interprétation géométrique
 - A chaque complexe $z = r e^{i\theta}$ on peut associer un point M du plan tel que r soit la distance OM (ou norme du vecteur $\overrightarrow{OM}$) et θ l'angle entre le vecteur $\overrightarrow{OM}$ et le vecteur $\vec{u}$ unitaire de l'axe des abscisses. De la même manière, $|z' - z|$ est la distance entre M et M' et $\text{Arg}(z' - z)$ est l'angle entre le vecteur $\overrightarrow{MM'}$ et $\vec{u}$.
 - La figure ci dessus permet de retrouver facilement $a = r \cos(\theta)$, $b = r \sin(\theta)$, $r = |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ et $\tan(\theta) = \frac{b}{a}$.
- Règles de calcul avec la forme exponentielle ($z = r e^{i\theta}$ et $z' = r' e^{i\theta'}$), on retrouve facilement
 - $\bar{z} = r e^{-i\theta}$ et $z\bar{z} = |z|^2$
 - $|z + z'| \neq |z| + |z'|$ et $\text{Arg}(z + z') \neq \text{Arg}(z) + \text{Arg}(z')$
 - $|z \times z'| = r \times r' = |z| \times |z'|$ et $\text{Arg}(z \times z') = \text{Arg}(rr' e^{i(\theta+\theta')}) = \text{Arg}(z) + \text{Arg}(z')$
 - $\left| \frac{z}{z'} \right| = \frac{r}{r'} = \frac{|z|}{|z'|}$ et $\text{Arg}\left(\frac{z}{z'}\right) = \text{Arg}\left(\frac{r}{r'} e^{i(\theta-\theta')}\right) = \text{Arg}(z) - \text{Arg}(z')$

La forme exponentielle est donc à privilégier en cas de produits (quotients et puissances) de complexes.