

QCM HARMO 1 A 2025 2026

Question 1 : Vecteurs



Soient deux vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{w}$ de coordonnées respectives $\begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} w_x \\ w_y \\ w_z \end{pmatrix}$ dans R^3 .

Quelles sont, par définition, les coordonnées du vecteur $\vec{u} = \vec{v} + \vec{w}$?



$$\begin{pmatrix} v_x + w_x \\ v_y + w_y \\ v_z + w_z \end{pmatrix}$$



$$\begin{pmatrix} v_x - w_x \\ v_y - w_y \\ v_z - w_z \end{pmatrix}$$



$$\begin{pmatrix} v_y w_z - v_z w_y \\ v_z w_x - v_x w_z \\ v_x w_y - v_y w_x \end{pmatrix}$$



$$v_x \times w_x + v_y \times w_y + v_z \times w_z$$



$$\begin{pmatrix} v_x + w_x \\ v_y + w_y \\ v_z + w_z \end{pmatrix}$$



$$\begin{pmatrix} v_x - w_x \\ v_y - w_y \\ v_z - w_z \end{pmatrix}$$

C'est $\vec{v} - \vec{w}$.



$$\begin{pmatrix} v_y w_z - v_z w_y \\ v_z w_x - v_x w_z \\ v_x w_y - v_y w_x \end{pmatrix}$$

C'est le produit vectoriel.



$$v_x \times w_x + v_y \times w_y + v_z \times w_z$$

C'est le produit scalaire $\vec{v} \cdot \vec{w}$.



Explication Générale

À savoir : Les coordonnées de $\vec{u} = \vec{v} + \vec{w}$ sont donnés par :
$$\begin{pmatrix} v_x + w_x \\ v_y + w_y \\ v_z + w_z \end{pmatrix}.$$

Question 1 bis : Vecteurs



On considère deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ de norme non nulle. On appelle angle α l'angle non orienté entre les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

Dans quel(s) cas a-t-on le produit scalaire $\vec{u} \cdot \vec{v}$ égal à 0 ?

☐

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ ont la même direction et le même sens.

☐

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ ont la même direction mais sont de sens opposés.

☐

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont perpendiculaires.

☐

$\vec{u} = -\vec{v}$

☐

$\vec{u} = \vec{v}$

☒

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ ont la même direction et le même sens.

Dans ce cas $\cos(\alpha) = 1$, et le produit scalaire donne $||\vec{u}|| \cdot ||\vec{v}||$ qui est non nul car les deux vecteurs sont de norme non nulle.

☒

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ ont la même direction mais sont de sens opposés.

Dans ce cas $\cos(\alpha) = -1$, et le produit scalaire donne $-||\vec{u}|| \cdot ||\vec{v}||$, qui est non nul car les deux vecteurs sont de norme non nulle.

☒

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont perpendiculaires.

Dans ce cas $\cos(\alpha) = 0$, et le produit scalaire vaut 0.

☒

$\vec{u} = -\vec{v}$

Dans ce cas $\cos(\alpha) = -1$, et le produit scalaire donne $-||\vec{u}||^2$.

☒

$\vec{u} = \vec{v}$

Dans ce cas le produit scalaire donne $||\vec{u}||^2$ car $\cos(\alpha) = 1$.



Explication Générale

Le produit scalaire $\vec{u} \cdot \vec{v}$ est donné par $\vec{u} \cdot \vec{v} = ||\vec{u}|| ||\vec{v}|| \cos((\vec{u}, \vec{v}))$.

Comme $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont de norme non nulle, le seul cas où le produit scalaire s'annule est le cas où $\cos((\vec{u}, \vec{v})) = 0$, c'est-à-dire le cas où les deux vecteurs sont orthogonaux.

Question 2 :



Soit deux vecteurs $\vec{v}_1$ et $\vec{v}_2$ dans l'espace, de coordonnées $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Que vaut le produit scalaire $\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2$?

☐ 7

☐ 1

☐ 6

☐ 0

☒ 7

☐ 1

Attention à ne pas additionner toutes les coordonnées.

☐ 6

Il faut multiplier terme à terme.

☐ 0

Attention à ne pas multiplier toutes les coordonnées.



Explication Générale

On calcule le produit scalaire en effectuant $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix} = 1 \times 1 + (-2) \times (-3) + 4 \times 0 = 1 + 6 = 7$.

Question 2bis attention dans l'énoncé mettre $(O, \vec{i}, \vec{j})$



On se place dans l'espace avec un repère orthonormé $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$. Soit le vecteur $\vec{v}$ allant du point A de coordonnées $(1, 4)$ au point B de coordonnées $(2, -3)$.

Quelle est la norme de $\vec{v}$?

☐ $\sqrt{50}$

☐ $\vec{AB} \begin{pmatrix} 1 \\ -7 \end{pmatrix}$

☐ $\vec{AB} \begin{pmatrix} -1 \\ 7 \end{pmatrix}$

☐ $\sqrt{8}$



On se place dans l'espace avec un repère orthonormé $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$. Soit le vecteur $\vec{v}$ allant du point A de coordonnées $(1, 4)$ au point B de coordonnées $(2, -3)$.

Quelle est la norme de $\vec{v}$?



$\sqrt{50}$



$\vec{AB} \begin{pmatrix} 1 \\ -7 \end{pmatrix}$

La norme d'un vecteur représente une longueur, donc est donnée par un réel positif !



$\vec{AB} \begin{pmatrix} -1 \\ 7 \end{pmatrix}$

La norme d'un vecteur représente une longueur, donc est donnée par un réel positif !



$\sqrt{8}$

Attention de ne pas oublier les carrés !



Explication Générale

Les coordonnées x et y d'un vecteur $\vec{AB}$ sont données par la formule $\vec{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$ et sa norme par la formule : $\sqrt{x^2 + y^2}$.

Ainsi le vecteur $\vec{AB}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} 1 \\ -7 \end{pmatrix}$ et sa norme vaut $\sqrt{1^2 + (-7)^2} = \sqrt{50}$.

Question 3 :



Quelle est l'expression simplifiée de $(\cos(x) + \sin(x))^2 + (\cos(x) - \sin(x))^2$?



0



$4 \cos(x) \sin(x)$



2



$2(\cos(x))^2$



0

Attention aux identités remarquables



$4 \cos(x) \sin(x)$

Attention aux identités remarquables



2



$2(\cos(x))^2$

Attention aux identités remarquables



Explication Générale

Méthode

Il faut utiliser la propriété : $(\cos(x))^2 + (\sin(x))^2 = 1$ et les identités remarquables $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ et $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Calcul

- On développe avec les identités remarquables : $(\cos(x) + \sin(x))^2 = (\cos(x))^2 + (\sin(x))^2 + 2 \cos(x) \sin(x)$ et $(\cos(x) - \sin(x))^2 = (\cos(x))^2 + (\sin(x))^2 - 2 \cos(x) \sin(x)$
- On simplifie les deux identités : $(\cos(x) + \sin(x))^2 = 1 + 2 \cos(x) \sin(x)$ et $(\cos(x) - \sin(x))^2 = 1 - 2 \cos(x) \sin(x)$
- On additionne : $= 2$

Question 3 bis :



Quelle est l'expression simplifiée de $(a + b)^2 - (a - b)^2$?

☐ $2a^2 + 2b^2$

☐ $2b^2$

☐ $4ab$

☐ $2b^2 + 4ab$

☒ $2a^2 + 2b^2$

Attention aux identités remarquables

☒ $2b^2$

Attention aux identités remarquables et aux signes

☒ $4ab$

☒ $2b^2 + 4ab$

Attention aux identités remarquables



Explication Générale

Calcul

- On développe chaque parenthèse en utilisant les identités remarquables :

$$(a + b)^2 - (a - b)^2 = (a^2 + 2ab + b^2) - (a^2 - 2ab + b^2)$$

- On distribue le signe moins devant la deuxième parenthèse : $= a^2 + 2ab + b^2 - a^2 + 2ab - b^2$
- On réalise le calcul : $= 4ab$

Question 4 :



Quelle est la forme factorisée de $4x^2 - 32x + 64$?

☐

$$4(x^2 - 8x + 16)$$

☐

$$4(x - 4)^2$$

☐

$$(2x - 8)^2$$

☒

$$4(x^2 - 8x + 16)$$

L'expression entre parenthèses $x^2 - 8x + 16$ peut être encore être factorisée à l'aide d'une identité remarquable.

☒

$$4(x - 4)^2$$

☒

$$(2x - 8)^2$$

Question 4 bis :



Quelle est l'expression simplifiée de $(e^x - e^{-x})^2 + 2$?

☐

$$e^{2x} + e^{-2x}$$

☐

$$0$$

☐

$$e^{x^2} + e^{-x^2}$$

☐

$$e^{2x} - e^{-2x}$$

☒ $e^{2x} + e^{-2x}$

☐ 0

Attention aux identités remarquables

☐ $e^{x^2} + e^{-x^2}$

Attention aux identités remarquables

☐ $e^{2x} - e^{-2x}$

Attention aux identités remarquables



Explication Générale

Méthode

Il faut utiliser l'identité remarquable $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ puis ensuite les propriétés des puissances

Calcul

- On développe avec l'identité remarquable : $(e^x - e^{-x})^2 = e^{2x} - 2e^x e^{-x} + e^{-2x}$
- On simplifie les puissances avec l'exponentielle : $= e^{2x} - 2 + e^{-2x}$
- On effectue : $e^{2x} - 2 + e^{-2x} + 2 = e^{2x} + e^{-2x}$

Question 5 et 6 :

Pour les questions 5 et 6 : On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0; 3]$ par $f(x) = x^2(1 - \ln(x))$. Pour tout x de l'intervalle $]0; 3]$

Question 5 : On a :

☐ $f'(x) = x(1 - \ln(x))$ ☐ $f'(x) = -\frac{2}{x}$ ☐ $f'(x) = -2$

$$f'(x) = 2x(1 - \ln(x)) + x^2 \times \left(-\frac{1}{x}\right) = 2x - 2x\ln(x) - x = x - 2x\ln(x) = x(1 - 2\ln(x))$$

réponse A

Question 6 : Une équation de la tangente à C_f au point d'abscisse e s'écrit :

☐ $y = -x + e$ ☐ $y = -ex$ ☐ $y = -ex + e^2$

L'équation de la tangente en x_0 : $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$

$$y = e(1 - 2\ln(e))(x - e) + e^2(1 - \ln(e)) = -e(x - e) + 0 = -ex + e^2$$

réponse C

Pour les questions 5 bis et 6 bis : On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0; 3]$ par $f(x) = x^2(1 + \ln(x))$. Pour tout x de l'intervalle $]0; 3]$

Question 5 bis : On a :

☐ $f'(x) = x(3 + 2 \ln(x))$ ☐ $f'(x) = \frac{2}{x}$ ☐ $f'(x) = 2$

$$f'(x) = 2x(1 + \ln(x)) + x^2 \times \left(\frac{1}{x}\right) = 2x + 2x \ln(x) + x = 3x + 2x \ln(x) = x(3 + 2 \ln(x))$$
 réponse A

Question 6 bis : Une équation de la tangente à C_f au point d'abscisse e s'écrit :

☐ $y = x + e$ ☐ $y = ex$ ☐ $y = 5ex - 3e^2$

L'équation de la tangente en x_0 : $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$

$$y = e(3 + 2 \ln(e))(x - e) + e^2(1 + \ln(e)) = 5e(x - e) + 2e^2 = 5ex - 3e^2$$

réponse C

Question 7 :



De quelle équation différentielle la fonction $f(x) = 7e^{-0,5x} - 4$ peut-elle être solution ?

☐

$$y' = y + 4$$

☐

$$y' + 0,5y = 2$$

☐

$$y' = -0,5y + 7$$

☐

$$y' = -0,5y - 2$$

☐ $y' = y + 4$

trouver la solution de cette équation différentielle

☐ $y' + 0,5y = 2$

trouver la solution de cette équation différentielle

☐ $y' = -0,5y + 7$

trouver la solution de cette équation différentielle

☒ $y' = -0,5y - 2$



Explication Générale

Cours : Les solutions d'une équation différentielle de la forme $y' = ay + b$ sont les fonctions de la forme $f(x) = ke^{ax} - \frac{b}{a}$

Raisonnement : Ici on aurait $k = 7$, $a = -0,5$ et $-\frac{b}{a} = -4 \implies b = -2$ donc la fonction donnée est une solution de l'équation différentielle $y' = -0,5y - 2$, cette solution vérifie que $f(0) = 3 \implies k = 7$

Remarque : une autre méthode consiste à dériver la fonction et à vérifier de quelle équation différentielle elle est solution. C'est à dire : $f'(x) = 7 \times (-0,5)e^{-0,5x} = -0,5f(x)$, donc :
 $y' = -0,5(y + 4) = -0,5y - 2$

Question 7 bis :



Un fil conducteur parcouru par un courant électrique s'échauffe par effet Joule. Sa température est une fonction θ du temps.

Dans les conditions de l'expérience, la fonction θ vérifie l'équation $\theta'(t) + 0,1 \cdot \theta(t) = 2$

Quelle est l'expression de $\theta(t)$?

Dans les propositions suivantes, K est une constante.

☐ $Ke^{-0,1t} + 20$

☐ $Ke^{-0,1t}$

☐ $Ke^{-0,1t} - 20$

☒ $Ke^{-0,1t} + 20$

☐ $Ke^{-0,1t}$

Il manque le second membre et la solution particulière

☐ $Ke^{-0,1t} - 20$

Attention au signe de la solution particulière



Explication Générale

Cours: Une équation différentielle du type $y' + ay = b$ a pour solution $y = Ke^{-at} + \frac{b}{a}$

Raisonnement: on identifie : $a = 0,1$ et $b = 2$

Question 8 :

10. Une primitive de la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{2x^2 - x + 3}{x}$ est :

a. $F(x) = \frac{\frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 3x}{\frac{1}{2}x^2 + \frac{8}{3}}$

b. $F(x) = -\frac{3}{x^2}$

c. $F(x) = 2x - 1$

d. $F(x) = x^2 - x + 3\ln(x) + 1$

Correction Question 10

Pour tout réel x appartenant à $]0; +\infty[$ on a :

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{2x^2 - x + 3}{x} \\ &= 2x - 1 + \frac{3}{x} \end{aligned}$$

Ainsi les primitives de la fonction f sont définies par $F(x) = x^2 - x + 3\ln(x) + k$ où k est un réel.

Réponse d.

[collapse]

Question 8 bis :

11. Le nombre $\int_1^4 \left(2x - 1 + \frac{3}{x}\right) dx$ est égal à :

- a. $6 \ln(2) + 12$
- b. $\ln(2) + 2$
- c. $-6 \ln(2) - 12$
- d. $\ln(2) - 72$

Correction Question 11

On a :

$$\begin{aligned} I &= \int_1^4 \left(2x - 1 + \frac{3}{x}\right) dx \\ &= [x^2 - x + 3 \ln(x)]_1^4 \\ &= 16 - 4 + 3 \ln(4) - (1^2 - 1 + 3 \ln(1)) \\ &= 12 + 3 \ln(4) \\ &= 12 + 3 \ln(2^2) \\ &= 12 + 6 \ln(2) \end{aligned}$$

Réponse a.

[collapse]

Question 9 :

La forme algébrique de $\left(\frac{7-i}{1+2i}\right)^2$ les calculs donnent : $-8 - 6i$

Question 9 bis :

La forme algébrique de $\frac{5}{3-i} - \frac{i}{3+i}$ les calculs donnent : $\frac{7}{5} + \frac{1}{5}i$

Question 10 : Matrice

4.1 Soit $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 0 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} -2 & 5 & 3 \\ 1 & 6 & -4 \end{pmatrix}$.

On peut calculer A+B

On ne peut pas calculer A+B (car les matrices n'ont pas les mêmes formats)

On peut calculer AB et BA

Proposer AB et BA

$$A \times B = \begin{pmatrix} -6 & 32 & 4 \\ 2 & -5 & -3 \\ -5 & -13 & 15 \end{pmatrix} \text{ et } B \times A = \begin{pmatrix} -10 & -13 \\ -6 & 14 \end{pmatrix}$$

Question 10 bis : Matrice même question en changeant l'ordre de A et B.